Concretisering referentieniveau 3S rekenen

Voortgezet onderwijs

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

Concretisering referentieniveau rekenen 3S

Februari 2011

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording

Auteurs: Victor Schmidt, Ira Locartelli en Jos Tolboom

Eindredactie: Victor Schmidt

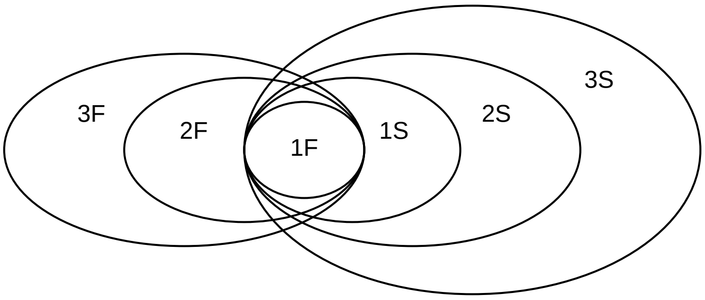
Informatie
SLO
Afdeling: vmbo-mbo
Postbus 2041, 7500 CA Enschede
Telefoon (053) 4840 663
Internet: www.slo.nl
E-mail: vmbo-mbo@slo.nl

AN: 4.5250.379

Inhoud

1. Inleiding

In het referentiekader rekenen van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen is vastgelegd "wat leerlingen moeten kennen en kunnen als het gaat om Nederlandse taal en rekenen/wiskunde." Deze kennis en vaardigheden worden in het referentiekader gespecificeerd in een aantal referentieniveaus. Niveaus 1F en 1S hebben betrekking op het primair onderwijs, niveau 2F en 2S op het vmbo/mbo-2 respectievelijk onderbouw havo en vwo en niveau 3F en 3S op mbo-4 respectievelijk havo/vwo. De opeenvolgende referentieniveaus vormen twee "sporen". De opeenvolging 1F – 2F – 3F (het zogenaamde F-spoor) richt zich in hoofdzaak op het functioneel gebruiken van rekenkundige kennis en vaardigheden. De opeenvolging (1F) −1S – 2S – 3S (het zogenaamde S-spoor) richt zich in hoofdzaak op het formeel opereren met getallen, grootheden en ruimtelijke vormen. De onderlinge relaties tussen de referentieniveaus worden in de onderstaande figuur weergegeven.



Figuur 1: Onderlinge samenhang referentieniveaus rekenen

Er bestaan geen referentieniveaus 4F en 4S. Naar het oordeel van de expertgroep zouden deze referentieniveaus uitsluitend wiskundedoelen bevatten en daarmee buiten het rekendomein vallen.

Voor rekenen zijn er vier domeinen beschreven, te weten:
1. Getallen
2. Verhoudingen
3. Meten en Meetkunde
4. Verbanden

Elk domein is opgebouwd uit de onderdelen:
- A notatie, taal en betekenis, waarbij het gaat om de uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties en om het gebruik van wiskundetaal;
- B met elkaar in verband brengen, waarbij het gaat om het verband tussen begrippen, notaties, getallen en dagelijks spraakgebruik;
- C gebruiken, waarbij het er om gaat rekenkundige vaardigheden in te zetten bij het oplossen van problemen.

Elk van deze drie onderdelen is steeds opgebouwd uit drie typen kennis en vaardigheden. Die zijn als volgt kort te karakteriseren:
- paraat hebben: kennis van feiten en begrippen, reproduceren, routines, technieken;
- functioneel gebruiken: kennis van een goede probleemaanpak, het toepassen, het gebruiken binnen en buiten het schoolvak;

- weten waarom: begrijpen en verklaren van concepten en methoden, formaliseren, abstraheren en generaliseren, blijk geven van overzicht.

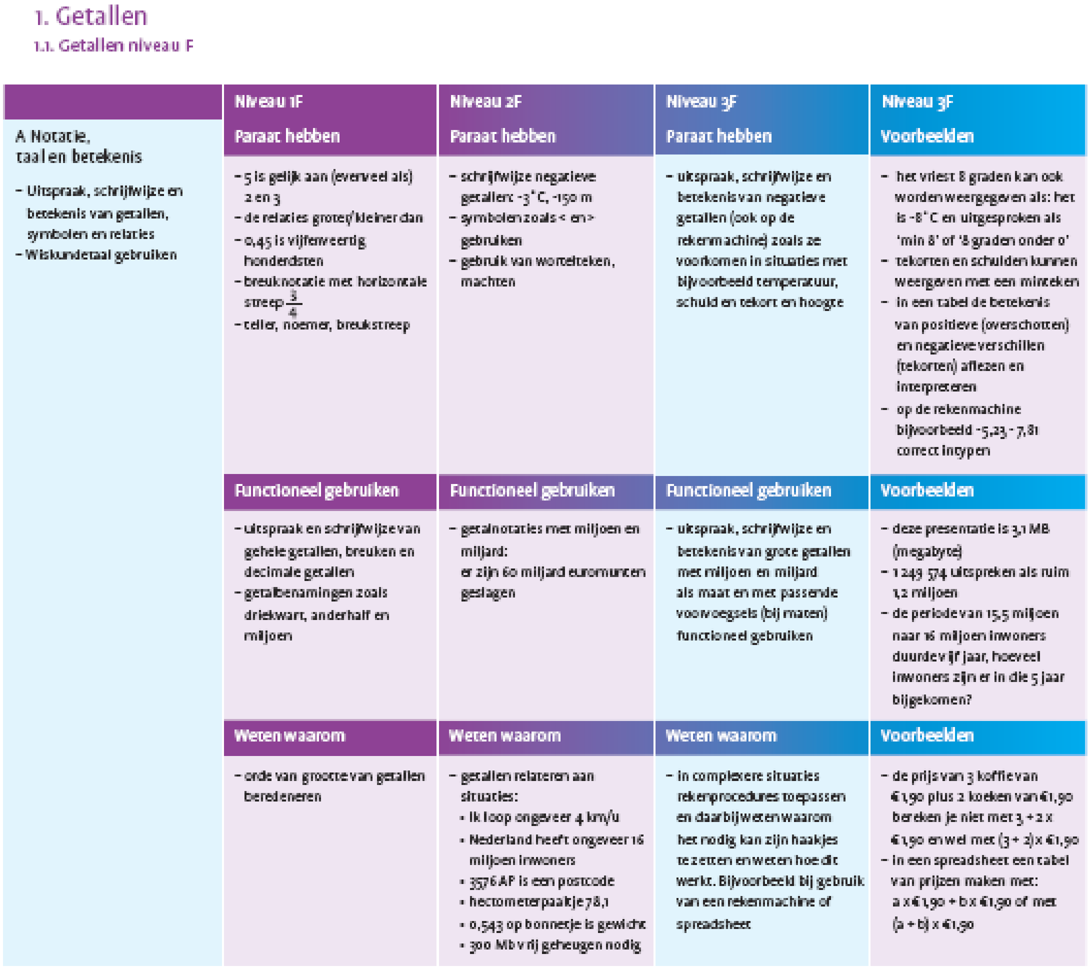
In het referentiekader worden de onderdelen A, B en C per domein als volgt omschreven:

	A Notatie, taal en betekenis	*B Met elkaar in verband brengen*	*C Gebruiken*
Getallen	Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties. Wiskundetaal gebruiken.	Getallen en getalsrelaties. Structuur en samenhang.	Berekeningen uitvoeren met gehele getallen, breuken en decimale getallen.
Verhoudingen	Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties. Wiskundetaal gebruiken.	Verhouding, procent, breuk, decimaal getal, deling, 'deel van' met elkaar in verband brengen.	In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen.
Meten & meetkunde	Maten voor lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht, temperatuur. Tijd en geld. Meetinstrumenten. Schrijfwijze en betekenis van meetkundige symbolen en relaties.	Meetinstrumenten gebruiken. Structuur en samenhang tussen maateenheden. Verschillende representaties, 2D en 3D.	Meten. Rekenen in de meetkunde.
Verbanden	Analyseren en interpreteren van informatie uit tabellen, grafische voorstellingen en beschrijvingen. Veel voorkomende diagrammen en grafieken lezen en interpreteren.	Verschillende voorstellingsvormen met elkaar in verband brengen. Gegevens verzamelen, ordenen en weergeven. Patronen beschrijven.	Tabellen, diagrammen en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen. Rekenvaardigheden gebruiken.

Het type kennis en vaardigheden per onderdeel kan verder omschreven worden zoals in de onderstaande tabel. Deze omschrijvingen zijn in tegenstelling tot die uit de vorige tabel niet uit het referentiekader zelf afkomstig.

	Paraat hebben	*Functioneel gebruiken*	*Weten waarom*
A Notatie, taal en betekenis	Begrippen, notaties en rekenkundige eigenschappen kennen en vlot kunnen memoriseren	Begrippen, notaties en rekenkundige eigenschappen op de juiste plek correct kunnen gebruiken	Rekenkundige eigenschappen kunnen uitleggen en verklaren en daarbij gebruik maken van begrippen en notaties.
B Met elkaar in verband brengen	Rekenkundige representaties vlot in elkaar kunnen omzetten	Gegevens kunnen voorbewerken. Uitkomsten kunnen na bewerken. Hulpmiddelen kunnen kiezen bij berekeningen	Uit kunnen leggen hoe en waarom bepaalde omzettingen werken.
C Gebruiken	Standaardbewerkingen geautomatiseerd kunnen uitvoeren op getallen, procenten, verhoudingen, meetkundige objecten en verbanden.	Problemen die leiden tot een of meer berekeningen, kunnen oplossen	Problemen die leiden tot rekenkundige redeneringen, kunnen oplossen

Bij elk type kennis en vaardigheden worden in het referentiekader per niveau, per domein en per onderdeel voorbeelden genoemd van kennis en vaardigheden. Deze voorbeelden zijn door de expertgroep niet uitputtend bedoeld. Deze voorbeelden staan in tabellen, waarvan hieronder een voorbeeld te zien is.



1. Getallen

1.1. Getallen niveau F

	Niveau 1F Paraat hebben	Niveau 2F Paraat hebben	Niveau 3F Paraat hebben	Niveau 3F Voorbeelden
A Notatie, taal en betekenis – Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties – Wiskundetaal gebruiken	– 5 is gelijk aan (evenveel als) 2 en 3 – de relaties groter/kleiner dan – 0,45 is vijfenveertig honderdsten – breuknotatie met horizontale streep $\frac{3}{4}$ – teller, noemer, breukstreep	– schrijfwijze negatieve getallen: -3 °C, -150 m – symbolen zoals < en > gebruiken – gebruik van wortelteken, machten	– uitspraak, schrijfwijze en betekenis van negatieve getallen (ook op de rekenmachine) zoals ze voorkomen in situaties met bijvoorbeeld temperatuur, schuld en tekort en hoogte	– het vriest 8 graden kan ook worden weergegeven als: het is -8 °C en uitgesproken als 'min 8' of '8 graden onder 0' – tekorten en schulden kunnen weergeven met een minteken – in een tabel de betekenis van positieve (overschotten) en negatieve verschillen (tekorten) aflezen en interpreteren – op de rekenmachine bijvoorbeeld -5,23 - 7,81 correct intypen
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Voorbeelden
	– uitspraak en schrijfwijze van gehele getallen, breuken en decimale getallen – getalbenamingen zoals driekwart, anderhalf en miljoen	– getalnotaties met miljoen en miljard: er zijn 60 miljard euromunten geslagen	– uitspraak, schrijfwijze en betekenis van grote getallen met miljoen en miljard als maat en met passende voorvoegsels (bij maten) functioneel gebruiken	– deze presentatie is 3,1 MB (megabyte) – 1 249 574 uitspreken als ruim 1,2 miljoen – de periode van 15,5 miljoen naar 16 miljoen inwoners duurde vijf jaar, hoeveel inwoners zijn er in die 5 jaar bijgekomen?
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom	Voorbeelden
	– orde van grootte van getallen beredeneren	– getallen relateren aan situaties: • Ik loop ongeveer 4 km/u • Nederland heeft ongeveer 16 miljoen inwoners • 3576 AP is een postcode • hectometerpaaltje 78,1 • 0,543 op bonnetje is gewicht • 300 Mb vrij geheugen nodig	– in complexere situaties rekenprocedures toepassen en daarbij weten waarom het nodig kan zijn haakjes te zetten en weten hoe dit werkt. Bijvoorbeeld bij gebruik van een rekenmachine of spreadsheet	– de prijs van 3 koffie van €1,90 plus 2 koeken van €1,90 bereken je niet met 3 + 2 x €1,90 en wel met (3 + 2) x €1,90 – in een spreadsheet een tabel van prijzen maken met: a x €1,90 + b x €1,90 of met (a + b) x €1,90

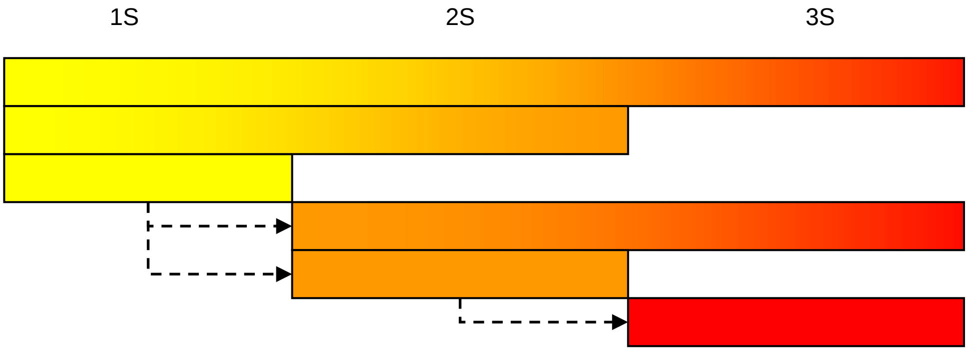
Figuur 2: Een tabel uit het referentiekader rekenen met drie referentieniveaus

In de wet- en regelgeving, die sinds 1 augustus 2010 van kracht is, wordt voorgeschreven dat "het referentiekader de basis vormt voor (aanpassing van) lesmethoden, leermiddelen en toetsen/examens. Daardoor zal het ook uitgangspunt zijn bij het ontwerpen van taal- en rekenonderwijs binnen scholen en lerarenopleidingen." Per onderwijssector is voorgeschreven welk referentieniveau van toepassing is. Hierbij valt op dat de S-niveaus – met uitzondering van 1S – nergens voorgeschreven worden. Voor het voortgezet onderwijs gelden de volgende referentieniveaus:

vmbo basisberoepsgerichte leerweg	2F
vmbo kaderberoepsgerichte leerweg	2F
vmbo gemengde en theoretische leerweg	2F
havo	3F
vwo	3F

De tabellen met voorbeelden zijn opgenomen in het Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen en hebben als gevolg daarvan een minder vrijblijvend karakter dan in eerste aanleg door de expertgroep bedoeld was. Ze hebben meer de status van rekendoel gekregen.

Wie de inhoud van de referentieniveaus in een spoor nader analyseert, zal zien dat een aantal doelen in opeenvolgende referentieniveaus genoemd worden. Het betreft hier rekenkundige kennis, vaardigheden en inzicht die per hoger referentieniveau in een complexere situatie ingezet moeten worden. Daarnaast zijn er rekenkundige vaardigheden die slechts in één referentieniveau voorkomen en mogelijk voorkennis vormen voor het vervolg. In de onderstaande figuur wordt de doorloop van rekenkundige vaardigheden in het S-spoor schematisch weergegeven. Voor het F-spoor zou een soortgelijke figuur geschetst kunnen worden.

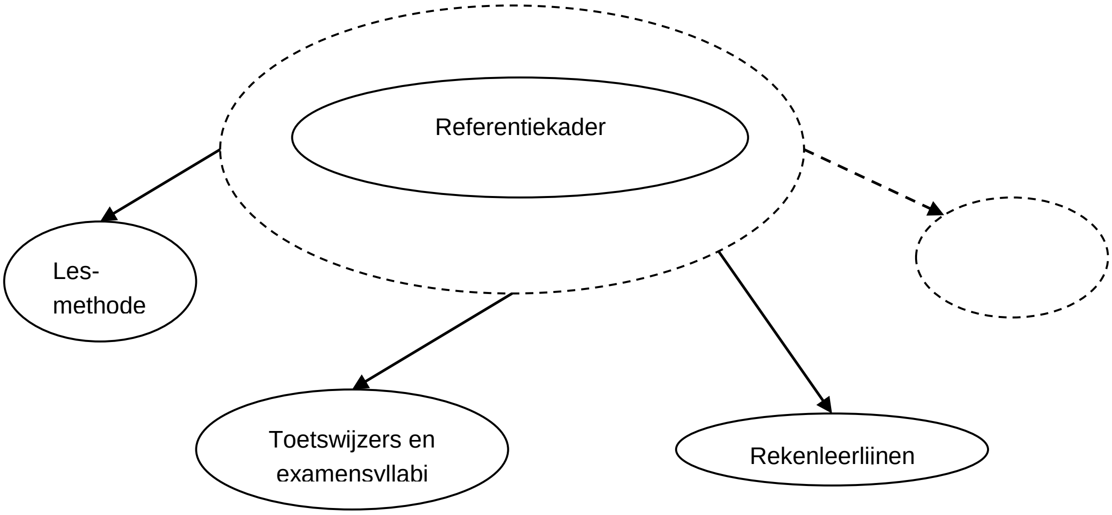


Figuur 3: Doorloop van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden in het S-spoor
De stippellijnen geven aan dat rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden in een bepaald referentieniveau voorkennis vormen voor die in een opvolgend niveau, maar niet als zodanig in het vervolgniveau voorkomen.

Om scholen en andere belanghebbenden te ondersteunen bij het ontwikkelen en aanpassen van lesmethoden, leermiddelen, toetsen/examens en rekenonderwijs is SLO gevraagd een concretisering te maken van elk van de referentieniveaus. Daartoe bevat deze concretisering van referentieniveau 3S bij elk rekendoel (door de expertgroep voorbeelden genoemd) uit de referentieniveaus een nadere toelichting, aanvullende voorbeelden, suggesties en opmerkingen. Daarbij beschouwt SLO de voorbeelden die door de expertgroep zo zijn bedoeld, als rekendoelen, vooral omdat ze in de wet- en regelgeving vermeld staan. Op basis van de concretisering kan een lezer zich een beeld vormen van wat er bedoeld kan worden met elk van rekendoelen.

Op basis van deze concretisering kunnen andere producten ontwikkeld worden, zoals:
- syllabi en toetswijzers voor examens en rekentoetsen;
- suggesties voor rekenleerlijnen door de jaren heen;
- lesmethoden rekenen/wiskunde;
- ....

De onderlinge samenhang van referentiekader, concretisering en afgeleide documenten wordt in de onderstaande figuur in beeld gebracht.



Figuur 4: Onderlinge samenhang referentiekader, concretisering en andere documenten

Hieruit moge duidelijk worden dat deze concretisering geen toetswijzer, examensyllabus of leerplansuggestie is. De aanvullende voorbeelden vormen een toelichting en hebben niet de status van geschikte toetsopgave, omdat in een toetsopgave vaak beheersing van rekenkundige vaardigheden in samenhang met kennis, inzicht en correct taal- en notatiegebruik getoetst wordt. Deze concretisering beperkt zich enkel tot interpretatie van de rekendoelen uit het referentiekader. Dat blijkt ook uit het feit dat de opzet en structuur van de tabellen uit het referentiekader in de concretisering herkenbaar zijn.

In deze toelichting op de concretisering wordt een aantal uitgangspunten beschreven die gehanteerd zijn bij de totstandkoming van de concretisering. De feitelijke concretisering staat vervolgens in een aantal tabellen.

1.1 De concretisering

Deze concretisering bevat per rekendoel uit referentieniveau 3S een aantal handreikingen, te weten:

- Een toelichting op het rekendoel, vaak in de vorm van een wat uitgebreidere formulering. In deze formuleringen zijn type kennis en vaardigheid en het onderdeel waarbij het rekendoel is ingedeeld, betrokken. In sommige gevallen is een rekendoel uit het referentiekader gesplitst in enkele subdoelen.

- Bij elke toelichting is een aantal kleine voorbeelden vermeld die tot doel hebben het rekendoel nader toe te lichten en in sommige gevallen af te grenzen, maar zoals vermeld niet de status van geschikte toetsopgave hebben. Verder bevat de meerderheid van de rekendoelen een verwijzing naar voorbeelden uit examens, lesmethoden en andere bronnen.

- In sommige gevallen worden bij een rekendoel suggesties en opmerkingen geplaatst. Het betreft hier onder meer interpretatie van kwalificaties als "eenvoudig", "complex", veel voorkomend" in de formulering van een doel, maar ook suggesties en opmerkingen met betrekking tot het onderscheid tussen de verschillende referentieniveaus en suggesties en opmerkingen ten aanzien van oplossingsmethoden, -strategieën of redeneerstrategieën.

In het onderstaande schema staat welke kolommen in de overzichtstabellen afkomstig zijn uit het referentiekader en welke kolommen interpretaties bevatten van SLO.

Domeinnaam	Aanduiding referentieniveau	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
Afkomstig uit referentiekader	Afkomstig uit referentiekader	Interpretatie door SLO	Interpretatie door SLO

Figuur 5: Status van de verschillende kolommen in de overzichttabellen

In een enkel geval is een rekendoel niet nader geconcretiseerd. Dat is vooral het geval als concretisering naar het oordeel van SLO geen toegevoegde waarde heeft ten opzichte van die bij andere rekendoelen. In een enkel geval wordt een wijziging van een rekendoel uit het referentiekader zelf voorgesteld.

Wellicht ten overvloede stellen we dat de concretiseringen van het referentiekader geen formele of wettelijke status hebben. Enkel de formuleringen uit het referentiekader zelf en de nog te ontwikkelen toetswijzers voor het voortgezet onderwijs en examensyllabi voor het mbo kennen een formele status.

1.2 Onderscheid rekenen - wiskunde

Het S-spoor van het referentiekader beoogt formeel opereren met getallen, grootheden en ruimtelijke vormen en vormt als het ware een brug naar het domein van de wiskunde. Hierbij komt onvermijdelijk de vraag aan de orde waar rekenen ophoudt en wiskunde begint. Deze vraag is niet eenvoudig te beantwoorden, omdat de overgang van rekenen naar wiskunde geleidelijk verloopt. Het trekken van een harde grens suggereert twee gescheiden vakgebieden, die geen onderlinge relatie kennen. Op het gevaar af dat deze suggestie versterkt wordt, geven we bij een tweetal domeinen een indicatie van de grens tussen rekenen en wiskunde.

In het domein *Getallen* trekken we de grens bij algebraïsche vormen. Het manipuleren met deze vormen rekenen we tot het domein wiskunde. In het rekendomein worden letters ten hoogste gebruikt om rekenkundige eigenschappen te beschrijven.

In het domein *Verbanden* vormen formules naar ons idee het schakelpunt tussen rekenen en wiskunde. Het gebruik van formules in het rekendomein is beperkt tot het invullen van waarden van variabelen. Het oplossen van vergelijkingen maakt alleen deel uit van het rekendomein als er geen beroep gedaan wordt op specifieke oplossingstechnieken, zoals de balansmethode, wortelformule of logaritmen. Wat in dat geval resteert zijn het terugrekenen van rekenkundige bewerkingen die aan een formule ten grondslag liggen en het inklemmen van de oplossing. Formules opstellen is in het rekendomein beperkt tot lineaire verbanden.

1.2.1 Onderscheid inhoud - didactiek

Het referentiekader rekenen bevat geen vereisten ten aanzien van rekendidactiek. Keuzen hieromtrent zijn voorbehouden aan scholen. In deze concretisering is het onderscheid tussen inhoud en didactiek minder scherp. Met name suggesties en opmerkingen bevatten in sommige gevallen didactisch getinte suggesties. Het betreft hier voornamelijk suggesties die een relatie hebben met het niveau van beheersing van een rekenkundige vaardigheid. Het kan daarbij gaan om:

- suggesties en opmerkingen met betrekking tot oplossingsmethoden of redeneerstrategieën die in verband gebracht kunnen worden met een rekendoel.

- suggesties en opmerkingen met betrekking tot het gebruik van didactische rekenmodellen.

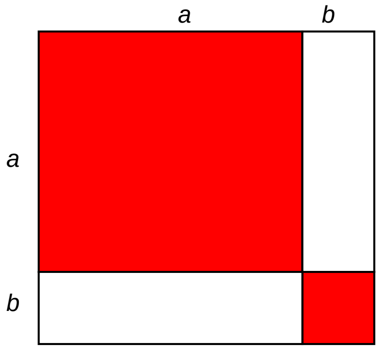
1.2.2 De rekenmachine

Het referentiekader doet in sommige gevallen expliciet uitspraken omtrent het gebruik van de rekenmachine. In andere gevallen wordt dat in het midden gelaten. Deze concretisering doet in laatstgenoemde gevallen evenmin uitspraken. In toetswijzers en examensyllabi wordt het gebruik van de rekenmachine nader gereguleerd.

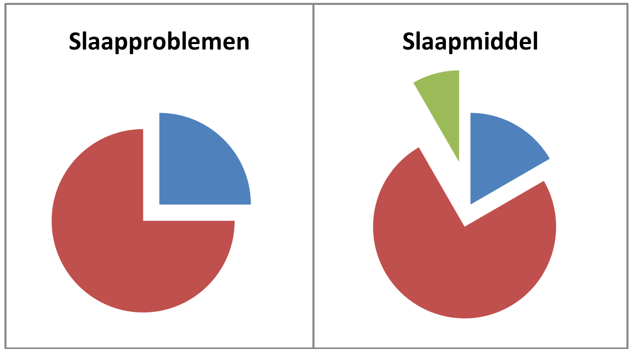
In de voorbeelden in deze concretisering zijn in meerderheid eenvoudige getallen gekozen. Daar waar een voorbeeld een rekenopgave voorstelt, zou die zonder rekenmachine opgelost kunnen worden. Daarmee wordt evenwel niet gesuggereerd dat de rekenmachine volledig uitgesloten zou moeten worden van het rekenonderwijs op scholen, van rekentoetsen en van examens rekenen. De belangrijkste reden om eenvoudige getallen te gebruiken is om de voorbeelden leesbaar te houden.

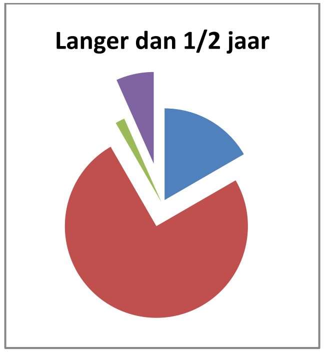
Getallen

Getallen	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis – Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties – Wiskundetaal gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– Wetenschappelijke notatie rekenmachine gebruiken, ook met negatieve exponenten	1A.1 Een getal in de wetenschappelijke notatie in een rekenmachine kunnen invoeren en een getal in de wetenschappelijke notatie in de display van een rekenmachine kunnen lezen, zowel positieve als negatieve exponenten. ➢ Licht legt in $\frac{1}{299.792.458}$ $\frac{1}{299792458}$ seconde één meter af. Toets 1 $\boxed{\div}$ 299792458 in op de rekenmachine. Je rekenmachine toont in de display $\boxed{3.335640952\ \ -9}$, $\boxed{3.335640952\text{ E-9}}$ of $\boxed{3.335640952\ ^{-9}}$. Welk getal wordt hiermee bedoeld? Hoe spreek je dit getal uit? Antwoord: $3.335640952 \times 10^{-9}$. Dat is gelijk aan 3,335640952 miljardste seconde.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Adequate (wiskunde)taal en notaties lezen en gebruiken als communicatiemiddel	1A.2 Wiskundetaal en wiskundige notaties kunnen lezen en kunnen gebruiken in de communicatie over rekenen en rekenkundige eigenschappen. ➢ Wat wordt bedoeld met $a \cdot b = b \cdot a$? Antwoord: Het maakt niet uit in welke volgorde je twee getallen met elkaar vermenigvuldigt. ➢ Schrijf de eigenschap "Delen door een breuk is gelijk aan vermenigvuldigen met zijn omgekeerde" met behulp van letters. Antwoord: $a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b}$.	Men dient zich te beperken tot de wiskundige notaties die nodig zijn voor het kunnen uitvoeren en interpreteren van rekenkundige basisbewerkingen

		In Excel staat in cel B1 van een werkblad de volgende formule: = A1 * 2 - 4. Geef in woorden weer welke berekening in B1 op de waarde in cel A1 uitgevoerd wordt. Antwoord: de waarde in A1 wordt met twee vermenigvuldigd en het resultaat verminderd met vier. Groot voorbeeld zie pagina 23	
	− Inzicht in wiskundige notaties en daarmee kwalitatief redeneren	1A.3 Wiskundige notaties kunnen interpreteren en kunnen gebruiken in een kwalitatieve redenering ➢ Leg uit waarom $\frac{2\cdot a}{2\cdot b}=\frac{a}{b}$ Antwoord: Hier staat dat als je van een breuk teller en noemer door twee deelt, zijn waarde niet verandert en dat is correct. De breuk wordt vermenigvuldigd met $\frac{2}{2}$ = 1 en indien een getal met 1 wordt vermenigvuldigd blijft het getal hetzelfde. ➢ Leg aan de hand van de onderstaande figuur uit dat $(a + b)^2 > a^2 + b^2$  Antwoord: $(a + b)^2$ is gelijk aan de oppervlakte van de hele figuur en $a^2 + b^2$ is slechts gelijk aan de oppervlakte van de rood gekleurde vierkanten.	Men dient zich te beperken tot de wiskundige notaties die nodig zijn voor het kunnen uitvoeren en interpreteren van rekenkundige basisbewerkingen

Getallen	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen – Getallen en getalrelaties – Structuur en samenhang	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– Relatie leggen tussen breuken, decimale notatie en afronden	1B.1 Parate kennis hebben van een aantal veelvoorkomende relaties tussen breuken en decimale getallen en weten dat voortijdig afronden tot (grote) verschillen in uitkomsten van berekeningen kan leiden. ➢ $\frac{1}{3} \approx 0{,}33333 \approx 0{,}33$ ➢ $\frac{1}{8} = 0{,}125$ ➢ Schrijf 5,875 in breukvorm. Antwoord: $5\frac{7}{8}$ ➢ Kees rondt in de berekening $\frac{1}{\frac{17}{50}-\frac{1}{3}}$ de breuk $\frac{1}{3}$ af tot 0,33 en zijn uitkomst is $\frac{1}{0{,}34-0{,}33}=\frac{1}{0{,}01}=100$. Is deze afronding verstandig? Antwoord: nee, want $\frac{1}{\frac{17}{50}-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\frac{51}{150}-\frac{50}{150}}=\frac{1}{\frac{1}{150}}=150$ en dat verschilt nogal van de uitkomst van Kees.	

	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– Kiezen van een oplossingsstrategie, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op juistheid	1B.2a Bij een complex rekenprobleem de oplossingsstrategie kunnen bepalen en correct kunnen uitvoeren ➢ Een kwart van de bevolking van Taka-Tuka-land heeft slaapproblemen. Ongeveer een derde van de mensen met slaapproblemen gebruikt een slaapmiddel. 80 procent van hen gebruikt dit al meer dan een half jaar. Hoe kun je bereken welk deel van de bevolking van Taka-Tuka-land meer dan een half jaar slaapmiddelen gebruikt? Antwoord: aangezien er verder geen gegevens over de bevolkingsomvang beschikbaar zijn, is het noodzakelijk om $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times 0,8=\frac{1}{15}$ uit te rekenen.	Een rekenprobleem op referentieniveau 3S is complex als er meer dan één bewerking uitgevoerd moet worden, er geen beperkingen zijn ten aanzien van de getalkeuze en er ogenschijnlijk informatie ontbreekt. Het voorbeeld wordt een 3F-voorbeeld in het geval de bevolkingsomvang van Taka-Tukaland wel gegeven is.
		1B.2b De uitkomst van een complex rekenprobleem kunnen controleren op juistheid in het licht van de situatie. ➢ Van de bevolking van Taka-Tuka-land gebruikt $\frac{1}{15}$ deel langer dan een half jaar slaapmiddelen. Laat met een plaatje zien dat dit ongeveer correct is. Antwoord: 	

		 De paarse taartpunt komt ongeveer overeen met $\frac{1}{15}$ deel.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	− Kennis getalsystemen in hun onderlinge relatie	1B.3 Kunnen noteren van getallen, waarbij het te gebruiken symbool en de betekenis van de positie van het getal kan variëren. ➢ In het door ons gebruikte Arabische getalsysteem bepaalt de positie van een getal ten opzichte van de positie van andere getallen in een rij symbolen de waarde van het getal. Wat is het grootste getal dat je kunt maken met de cijfers 3, 4, 1, 8 en 9? Antwoord: door de positie van het getal wordt de waarde ervan bepaald, dus om het grootste getal te nemen dienen deze cijfers op volgorde van groot naar klein gezet te worden: 98431. ➢ In de tijd van de Romeinen speelde de relatieve positie van een cijfer een belangrijke rol bij de getalswaarde. Stond een Romeins cijfer met een lagere waarde vóór een cijfer met een hogere waarde, dan werd de hogere waarde verminderd met de lagere waarde. Schrijf het getal 9 in Romeinse cijfers. Antwoord: IX Grote voorbeelden zie pagina 24	

- Patronen in getallen herkennen en beschrijven

1B.4 (Veranderingen) in patronen van reeksen herkennen e betekenis kunnen geven aan deze (verandering van) patronen

- Welke twee getallen moeten volgen op het laatste getal uit de rij?
  0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …, ….
  Antwoord: 21 en 34, want het volgende getal is steeds de som van de voorgaande twee getallen (Fibonacci reeks)

- Het aantal wedstrijden in een competitie waarbij alle teams zowel uit als thuis tegen elkaar spelen, hangt af van het aantal deelnemende teams. In de onderstaande tabel wordt bij een aantal teams het aantal wedstrijden vermeld. Hoeveel wedstrijden worden er gespeeld in een volledige competitie met vijf deelnemers?

Aantal teams	2	3	4
Aantal wedstrijden	2	6	12

Antwoord: Voeg een rij aan de tabel toe waarin telkens het verschil met zijn voorganger wordt vermeld. Dan blijkt dat deze verschillen gelijkmatig toenemen en zullen vijf teams samen 20 wedstrijden spelen.

Aantal teams	2	3	4	5
Aantal wedstrijden	2	6	12	20
Verschil	-	4	6	8

Getallen	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken – Berekeningen uitvoeren met gehele getallen, breuken en decimale getallen	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– Berekeningen uitvoeren waarbij gebruik gemaakt moet worden van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels – Beheersen van de regels van de rekenkunde, zonder ICT-middelen	1C.1 Rekenregels beheersen en daarmee berekeningen kunnen uitvoeren waarbij gebruik gemaakt moet worden van verschillende rekenregels zonder hulp van ICT-middelen 37,4 12,1 x 452,54 17 /56 \ 3,29 51 – 50 34 – 160 153 – 7 $\frac{19}{8} : \frac{3}{4} = \frac{19}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{76}{24} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$ – Wat moet er op de plaats van het vraagteken staan in $8^5 = 2^?$ Antwoord: 15, want $8 = 2^3$, dus $8^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$. – $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$ – $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$ – $\sqrt{2} \times (\sqrt{2} + \sqrt{8}) = 2 + \sqrt{16} = 2 + 4 = 6$ – $\frac{9 \times 10^4}{5 \times 10^9} = 1{,}8 \times 10^{-5}$	

		– $\frac{9\times10^{4}}{5\times10^{-9}}=1{,}8\times10^{13}$ – $\sqrt{3^{2}+4^{2}}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ ➢ $-(2{,}43-6{,}72-(8{,}57--1{,}22))^{2}=$ $-(2{,}43-6{,}72-(8{,}57+1{,}22))^{2}=$ $-(2{,}43-6{,}72-9{,}79)^{2}=$ $-(-14{,}08)^{2}=$ $-198{,}2464$	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– Berekeningen uitvoeren waarbij gebruik gemaakt moet worden van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels – Beheersen van de regels van de rekenkunde, zonder ICT-middelen	1C.2 Rekenregels beheersen en daarmee berekeningen kunnen uitvoeren waarbij gebruik gemaakt moet worden van verschillende rekenregels zonder hulp van ICT-middelen ➢ In de informatica wordt vaak gebruik gemaakt van de benadering $2^{10} \approx 10^{3}$. Een bit is een variabele die maar twee waarden (bijvoorbeeld '0' en '1') kan aannemen. Met 10 bits kunnen iets meer dan 1000 verschillende tekens (lees: combinaties) worden gemaakt. Hoeveel bits zouden nodig zijn om een miljoen verschillende tekens te kunnen maken? Antwoord: 20, want 1 miljoen = 1000 x 1000 = 2^{10} x 2^{10} = 2^{20}.	

	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Correctheid van rekenkundige redeneringen verifiëren	1C.3 Kunnen verifiëren of een rekenkundige redenering correct is. ➢ Je moet in een café zes koppen koffie van € 2,40 per kop en zes stukken appelgebak van € 3,00 per stuk afrekenen. De ober brengt je 6 x € 5,40 in rekening. Je broertje meent dat de ober het bedrag onjuist uitrekent. Hij zou het totaalbedrag 6 x € 2,40 aan koffie + het totaalbedrag 6 x € 3,00 aan appelgebak in rekening moeten brengen. Wie heeft gelijk en waarom? Antwoord: zowel de ober als je broertje. De ober past $a\cdot(b+c)$ toe en je broertje past $a\cdot b+a\cdot c$ toe. Beide berekeningswijzen geven dezelfde uitkomst. ➢ Welke fout maakt een leerling in de volgende berekening: $\sqrt{3^2+4^2}=3+4=7$? Antwoord: Hij doet eerst de optelling en trekt dan pas de wortels in plaats van andersom. ➢ Welke fout maakt een leerling in de volgende berekening: $\frac{1+2}{2}=\frac{1+\cancel{2}}{\cancel{2}}=1$? Antwoord: Wegstrepen is een verkorte schrijfwijze voor de eigenschap dat een breuk niet van waarde verandert als teller en noemer door hetzelfde getal gedeeld worden. Hier worden teller en noemer niet door 2 gedeeld, maar wordt bij de teller en de noemer 2 opgeteld. ➢ Geef een verklaring voor de onderstaande berekeningswijze: 47 x 53 = 50^2 - 3^2 = 2491. Antwoord: Dit is een toepassing van de rekenregel $(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2$	De uitleg van het eerste voorbeeld is typerend voor referentieniveau 3S. Op basis van een formele rekenkundige eigenschap wordt een verklaring gegeven van de correctheid van de redenering.

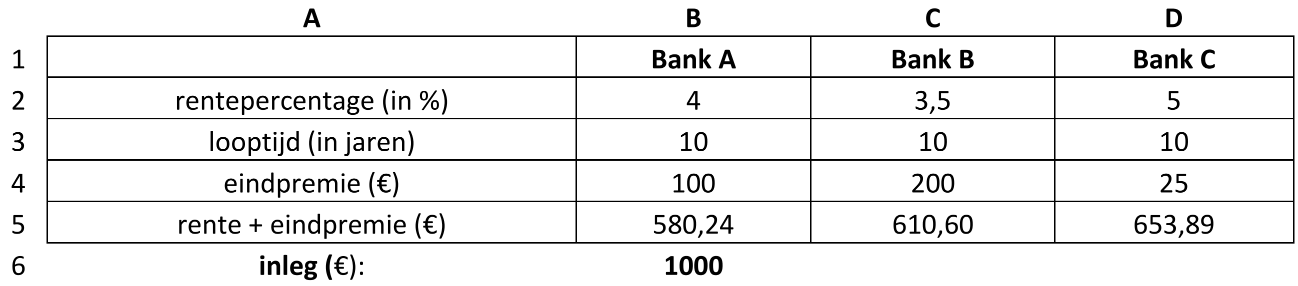
Groot voorbeeld 1A.2

Johan wil op 1 januari 2003 een bedrag op een spaarrekening zetten tegen een vaste jaarrente. De rente die elk jaar bijgeschreven wordt, laat hij op zijn spaarrekening staan. Johan heeft de keuze uit drie banken die hem allemaal een ander rentepercentage bieden, maar waarbij hij ook van allemaal een verschillende eindpremie krijgt als hij bij hen een spaarrekening opent. Johan twijfelt er nog over hoeveel geld hij op de spaarrekening zal zetten en hoe lang hij dit spaargeld op de spaarrekening zal laten staan.

Hij wil graag in Excel een overzicht maken van de drie aanbiedingen om goed te kunnen vergelijken bij welke bank hij het beste af is, maar hij wil zo min mogelijk hoeven in te typen. Hoe pakt hij dit aan?

Antwoord: het spaarsaldo groeit met een factor $\left(1+\frac{rentepercentage}{100}\right)^{looptijd}$. Het spaarsaldo groeit tijdens de looptijd aan tot $\left(1+\frac{rentepercentage}{100}\right)^{looptijd}\cdot inleg$. De totaal uitgekeerde rente is dan dus gelijk aan dit spaarsaldo minus de inleg ofwel $\left(\left(1+\frac{rentepercentage}{100}\right)^{looptijd}-1\right)\cdot inleg$.

Bij elke bank krijgt hij een andere eindpremie, dus om de aanbiedingen van de banken goed te kunnen vergelijken, dient de eindpremie opgeteld te worden bij het spaarsaldo aan het einde van de looptijd.
Johan kan in Excel de eindpremie en het rentepercentage variëren op basis van de aanbiedingen van de banken. Tevens kan hij de looptijd en het inleg naar zijn eigen wensen aanpassen.



	A	B	C	D
1		**Bank A**	**Bank B**	**Bank C**
2	rentepercentage (in %)	4	3,5	5
3	looptijd (in jaren)	10	10	10
4	eindpremie (€)	100	200	25
5	rente + eindpremie (€)	580,24	610,60	653,89
6	**inleg (€):**	**1000**		

In Excel luiden de formules voor de berekening van de rente en eindpremie:

```
Bank A: B4 + (MACHT((1+(B2/100));B3) - 1)* B6
Bank B: C4 + (MACHT((1+(C2/100));C3) - 1)* B6
Bank C: D4 + (MACHT((1+(D2/100));D3) - 1)* B6
```

Grote voorbeelden 1B.3

Computers en rekenmachines kunnen alleen rekenen met binaire getallen. In het binaire of tweetallige getalsysteem wordt een getal uitgedrukt in nullen en enen. Bij de vertaling van een binair getal naar een decimaal getal, worden de posities van de enen in het binaire getal gebruikt. De posities van de enen geven op een bepaalde wijze de macht van grondtal twee aan. De som van de reeks decimale getallen die je hiermee berekent, geeft de waarde van het binaire getal decimaal weer. Enkele voorbeelden:

Binair	$2^?$	Decimaal
100000	2^5	32
010000	2^4	16
001000	2^3	8
000100	2^2	4
000010	2^1	2
000001	2^0	1

Hoe wordt de macht van grondtal 2 bepaald bij het omrekenen van het binair getalsysteem naar het decimaal getalsysteem? Controleer het antwoord aan de hand van bovenstaande tabel.

Geef het binaire getal 1001 weer in het decimale getalsysteem.

Antwoord:
De macht van grondtal 2 is de positie van het getal één vanaf rechts gerekend minus 1.
Controle:
Bij 000001 staat de 1 op de 1e positie vanaf rechts gerekend, dus het bijbehorende decimale getal is $2^{1-1} = 2^0 = 1$
Bij 000010 staat de 1 op de 2e positie vanaf rechts gerekend, dus het bijbehorende decimale getal is $2^{2-1} = 2^1 = 2$

Het binaire getal 1001 geeft het getal 9 in het decimale stelsel weer, want er staat een 1 op de 1e positie en een 1 op de 4e positie vanaf rechts gezien, dus $2^{1-1} + 2^{4-1} = 1 + 8 = 9$.

RGB-codes zijn hexadecimale getallen van zes ‘cijfers’ (0 t/m 9 en A t/m F) waarbij de eerste twee cijfers van links het aandeel rood, de cijfers op de derde en vierde plaats het aandeel groen en de laatste twee cijfers het aandeel blauw weergeven. Hoe hoger de cijfers, des te intensiever het kleuraandeel. Wat stelt de RGB-code FF0000 voor?

Antwoord: zuiver rood

Verhoudingen

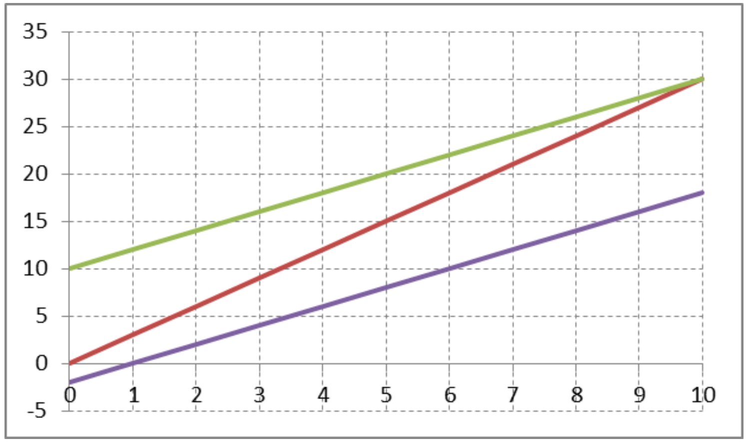
<table>
<tr><th>Verhoudingen</th><th>3 – streef</th><th>Toelichting</th><th>Suggesties en opmerkingen</th></tr>
<tr><td rowspan="4">A Notatie, taal en betekenis

– Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties
– Wiskundetaal gebruiken</td><td>Paraat hebben</td><td>Paraat hebben</td><td>Paraat hebben</td></tr>
<tr><td>– Omgekeerd evenredig</td><td>2A.1 Op basis van gegevens vlot kunnen herkennen dat er sprake is van een omgekeerd evenredig verband

➢ Hoe kun je in onderstaande tabel zien dat <i>y</i> omgekeerd evenredig is met <i>x</i>?
<table><tr><td><i>x</i></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td><i>y</i></td><td>60</td><td>30</td><td>20</td><td>15</td></tr></table>
Antwoord: Als je <i>y</i> met <i>x</i> vermenigvuldigt, is de uitkomst telkens gelijk.

➢ Als een rechthoekig tafelblad een vaste oppervlakte van 1 m^2 heeft, kunnen lengte en breedte nog variëren. Welk soort evenredigheid bestaat er tussen lengte en breedte van een tafelblad met gegeven oppervlakte?
Antwoord: de lengte is omgekeerd evenredig met de breedte van het tafelblad.</td><td></td></tr>
<tr><td>Functioneel gebruiken</td><td>Functioneel gebruiken</td><td>Functioneel gebruiken</td></tr>
<tr><td>– Verhouding relateren aan lineair verband</td><td>2A.2a Bij een verhoudingssituatie een lineair verband tussen grootheden kunnen opstellen.

➢ In de onderstaande tabel staat de afstand die een fiets op een aantal tijdstippen heeft afgelegd. Geef deze informatie weer door middel van een formule.
<table><tr><td><i>tijd (min)</i></td><td>0</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td><i>afstand (m)</i></td><td>0</td><td>600</td><td>1500</td></tr></table>
Antwoord: <i>afstand</i> = 300 x <i>tijd</i></td><td></td></tr>
</table>

		2A.2b Kunnen vaststellen of een lineair verband een verhoudingssituatie weergeeft. ➢ Bij welke grafiek geeft een verhoudingssituatie tussen beide grootheden weer?  Antwoord: de rode grafiek is een rechte lijn en gaat door (0,0) en geeft daarom een verhoudingssituatie weer.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom

Verhoudingen	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen – Verhouding, procent, breuk, decimaal getal, deling, 'deel van' met elkaar in verband brengen	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– Omgekeerd evenredig	2B.1 Tussen twee variabelen een omgekeerd evenredig verband kunnen herkennen en hiermee vlot rekenkundige bewerkingen kunnen uitvoeren. ➢ Bij een normale snelheid duurt een autorit over een bepaald traject twee uur. Door omstandigheden kun je vandaag maar 80% van de normale snelheid halen. Hoe lang duurt in dat geval de autorit? Antwoord: $\frac{2}{0,8}=2,5$ uur, omdat er is sprake van een omgekeerd evenredig verband tussen snelheid en afstand). ➢ Momenteel is de wisselkoers van de euro ten opzichte van de Amerikaanse dollar $ 1,42 voor 1 €. Hoeveel euro betaal je dan voor 1 $? Antwoord: $ 1 = € $\frac{1}{1,42} \approx$ € 0,70.	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– Verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten met elkaar in verband brengen in andere domeinen	2B.2 Een relatie kunnen leggen tussen verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten in andere domeinen en berekeningen hiermee kunnen maken ➢ Het woord procent (%) is afgeleid van het Latijnse pro centum, wat ‘per honderd’ betekent. Hieruit kan afgeleid worden dat het woord promille (‰) ‘per duizend’ betekent. Hoeveel procent is 0,5‰? Antwoord: 0,05%. ➢ Het BTW-tarief van een toegangskaartje voor het theater zou kort geleden verhoogd worden van 6% naar 19%. Met hoeveel procent zou de prijs van een toegangskaartje hierdoor stijgen? Antwoord: de prijstoenamefactor is $\frac{1,19}{1,06} \approx 1,123$. De toegangskaartjes zouden daarom 12,3% duurder geworden zijn.	

		➢ De concentratie van een wateroplossing is gelijk aan de hoeveelheid van een bepaalde stof per liter water. Hoe kun je de concentratie van een wateroplossing halveren? Antwoord: door er precies de zelfde hoeveelheid water aan toe te voegen.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Uitbreiding kennis van getalsystemen	Dit rekendoel wordt in het domein Getallen nader gespecificeerd.	

Verhoudingen	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken – In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Relatie leggen met verhoudingen binnen algebra en meetkunde	2C.1 Gebruik van verhoudingen in de meetkunde en algebra kunnen uitleggen ➢ Op een kaart is een stuk grond, dat in werkelijkheid 4 hectare groot is, getekend met een oppervlakte van 4 cm^2. Op welke schaal is deze kaart getekend? Antwoord: 1 hectare = 100.000.000 cm^2. De oppervlakte van het stuk grond is op de kaart 4 cm^2 en in werkelijkheid 400.000.000 cm^2. Dat is 100.000.000 keer zo groot. De vergrotingsfactor van de afmetingen bedraagt 10.000. De schaal van de kaart is daarom 1: 10.000 ➢ De Queteletindex van een persoon is gelijk aan zijn gewicht in kg gedeeld door het kwadraat van zijn lengte in m. Persoon *A* heeft dezelfde Queteletindex als persoon *B* en is 10% langer dan *B*. Hoeveel procent meer lichaamsgewicht heeft *A* ten opzichte van *B*? Antwoord: $1,1^2 = 1,21$ en dus weegt *A* 21% meer dan *B*.	

	– (wiskundig) redeneren in situaties waarin percentages of verhoudingen voorkomen	2C.2 Een redenering met percentages of verhoudingen kunnen geven of ontkrachten ➢ De wereldbevolking groeit met 2% per jaar ten opzichte van een jaar eerder. Karel beweert dat over vijftig jaar de wereldbevolking verdubbeld is. Welke denkfout maakt Karel? Antwoord: In vijftig jaar is de bevolking gegroeid met een factor $1{,}02^{50} \approx 2{,}69$ en dat is meer dan twee keer zoveel. Karel vergeet dat de groei telkens ten opzichte van een jaar eerder geldt. ➢ Op een racefiets zit een versnellingsmechanisme dat bepaalt hoe zwaar je trapt. Dit mechanisme bestaat uit een aantal tandwielen ter hoogte van de trappers (= voorzijde) en een aantal tandwielen ter hoogte van de as van het achterwiel (=achterzijde). De verhouding tussen het aantal tanden van het gekozen tandwiel aan de voorzijde en het aantal tanden van het gekozen tandwiel aan de achterzijde is een maat voor hoe zwaar je trapt en wordt het verzet genoemd. Nu geldt er een vuistregel die zegt dat het verzet niet verandert als er aan de voorzijde drie tanden extra en aan de achterzijde één tand extra bij het achterwiel wordt toegevoegd. Klopt deze vuistregel? Zo nee, in welke gevallen is hij wel correct? Antwoord: nee, de vuistregel is alleen correct als het verzet gelijk is aan drie. Groot voorbeeld zie pagina 30	

Groot voorbeeld 2C.2

In Nederland wordt inkomstenbelasting geheven over het belastbaar inkomen uit werk en woning volgens het zogenaamde schijventarief. Dit betekent dat het betreffende belastbaar inkomen verdeeld wordt in zogenaamde schijven, waarbij in elke schijf een ander heffingspercentage gehanteerd wordt, zoals in onderstaande tabel weergegeven.
Hoe blijkt uit onderstaande tabel dat in Nederland 'de sterkste schouders de zwaarste lasten dragen'?

Box 1: belastbaar inkomen uit werk en woning

Schijf	Belastbaar inkomen	Schijventarief
1	t/m € 16.265	33,55%
2	€ 16.266 - € 29.543	40,5%
3	€ 29.544 - € 50.652	42%
4	€ 50.653 en hoger	52%

Antwoord: hoe hoger het inkomen, des te hoger het te betalen heffingspercentage. Dit betekent dat hogere inkomens (de sterkste schouders) relatief zwaarder belast worden dan lagere inkomens.

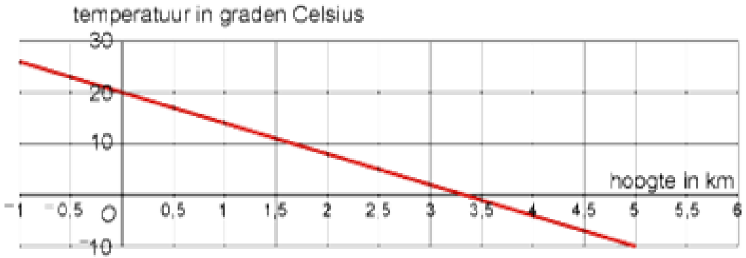
Stel dat de overheid de inkomensverschillen verder wil verkleinen. Noem een manier waarop de overheid dit middels de inkomstenbelasting zou kunnen bewerkstelligen.
Antwoord: bijvoorbeeld het heffingstarief in de eerste schijf verlagen, waardoor de lagere inkomens absoluut en relatief minder belasting gaan betalen of het heffingstarief in de vierde schijf verhogen, waardoor de hogere inkomens absoluut en relatief meer belasting gaan betalen.

Verbanden

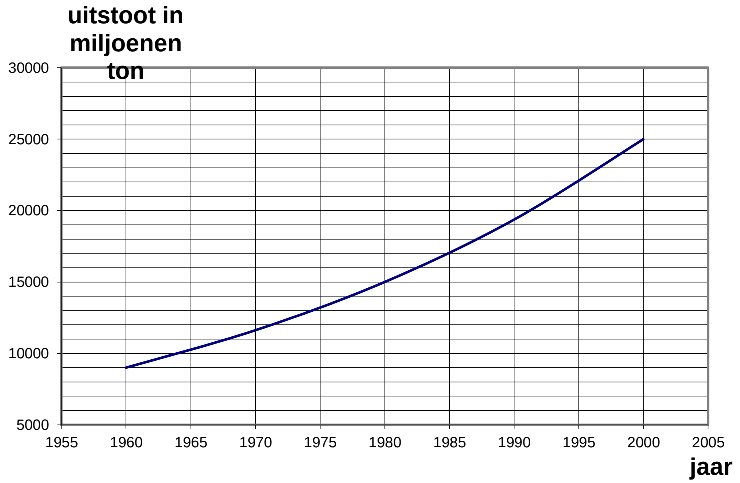
Verbanden	3 –streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis – Analyseren en interpreteren van informatie uit tabellen, grafische voorstellingen en beschrijvingen – Veel voorkomende diagrammen en grafieken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– Kwalitatief redeneren en daarbij wiskundige notaties en formules gebruiken	4A.1a Gegevens kunnen betrekken uit formules die het verband tussen twee of meer grootheden beschrijven en hierbij wiskundige notaties kunnen gebruiken. ➢ De totale kosten van een bedrijf kunnen weergegeven worden door de formule: $TK = 50Q + 1.750.000$, waarbij TK = de totale kosten in € en Q = het geproduceerde aantal stuks. Welke extra kosten maakt het bedrijf als ze één stuk extra maakt? Antwoord: € 50, want als Q met 1 toeneemt, neemt TK met € 50 toe.	
		4A.1b Vlot een redenering kunnen geven met behulp van een formule. ➢ Voor de oppervlakte O van een driehoek met hoogte h en basis b geldt de formule: $O = \frac{1}{2} \cdot h \cdot b$. Als zijn hoogte twee keer zo groot wordt, hoe verandert dan zijn oppervlakte? Antwoord: die wordt ook twee keer zo groot.	Het verschil met het zelfde rekendoel onder Functioneel gebruiken is dat in dit geval er geen sprake is van een specifieke situatie.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– Kwalitatief redeneren en daarbij wiskundige notaties en formules gebruiken	4A.2 Aan de hand van een formule een kwalitatieve redenering kunnen geven in een situatie. ➢ De algemene gaswet uit de natuurkunde luidt pV = constant. Hierin staat p voor de druk van een gas die zich in een ruimte met een inhoud V bevindt. Wat gebeurt er met de druk van een gas als de inhoud van de ruimte plotseling groter worden? Antwoord: uit de formule blijkt dat die afneemt.	

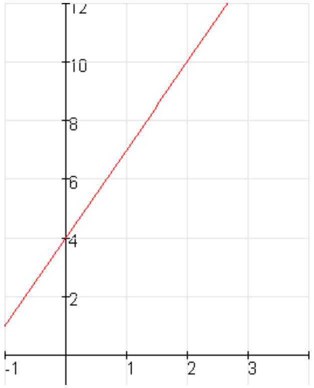
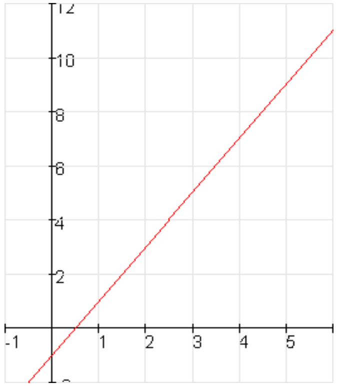
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Verdubbelingstijd, halveringstijd	4A.3 Verdubbelingstijd en halveringstijd en hun onderlinge relatie kunnen uitleggen ➢ De waarde van een belegging verdubbelt elke tien jaar. Met welke factor neemt de waarde van deze belegging dan toe in dertig jaar? Antwoord: met een factor $2^3 = 8$. ➢ Wat was de waarde van deze belegging tien jaar geleden? Antwoord: de helft.	

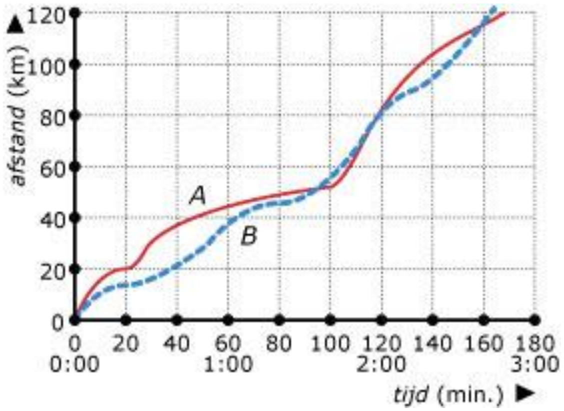
Verbanden	3 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen – Verschillende voorstellings-vormen met elkaar in verband brengen – Gegevens verzamelen, ordenen en weergegeven – Patronen beschrijven	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– Bij een lineair verband (beschrijving of grafiek) een formule opstellen	4B.1 Een lineair verband in een beschrijving of grafiek vlot kunnen herkennen en hierbij een formule kunnen opstellen ➢ Een museum hanteert een toegangsprijs van € 8,00 per persoon. Op een gemiddelde zaterdag bezoeken 700 personen dit museum. Op Open Museumzaterdag is de toegang gratis en komen er 1200 bezoekers. Als het verband tussen per aantal bezoekers A op een zaterdag en de toegangsprijs p lineair is, hoe luidt dan zijn formule? Antwoord: $A = 1200 – 62{,}5p$ ➢ Welke formule hoort bij onderstaande grafiek? Er is sprake van een lineair verband tussen T (de temperatuur in graden Celsius) en h (de hoogte in kilometers).	In referentieniveau 2S worden alleen lineaire verbanden opgesteld waarin de parameters geheeltallig zijn. In 3S kunnen de parameters ook niet geheeltallig zijn. Bovendien zijn op referentieniveau 3S de parameters van de formule niet rechtstreeks af te lezen uit de beschrijving.

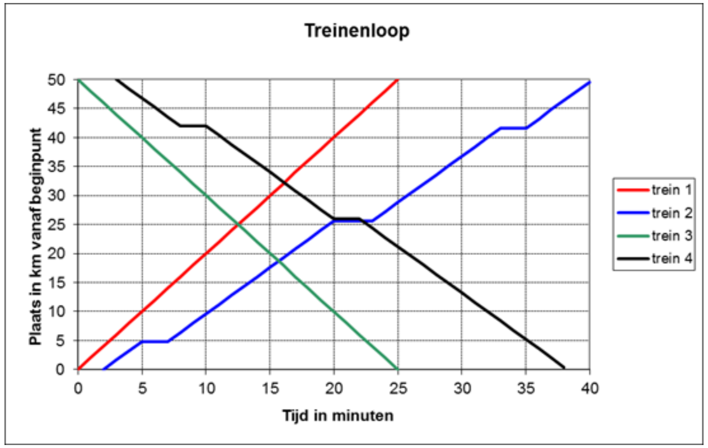
<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td></td>
<td>

Antwoord: $T = 20 - 6h$</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>– Exponentiële processen herkennen, met een formule beschrijven en in grafieken tekenen</td>
<td>4B.2 Een exponentieel verband vlot kunnen herkennen, hierbij een formule kunnen opstellen en grafisch kunnen weergeven
➢ De formule voor de uitstoot van CO_2 is $U = 9000 \cdot 1{,}026^t$, waarbij U in miljoenen tonnen per jaar, de tijd t in jaren met $t = 0$ in 1960. Teken de grafiek die bij deze formule hoort.
Antwoord: In de formule herkennen we een exponentiële functie met een groeifactor van 1,026. Bereken de functiewaarden voor een aantal waarden van t en teken deze in de grafiek in (zie tabel). Teken door deze punten vervolgens een vloeiende kromme.
<table>
<tr><td>*jaar*</td><td>0</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td></tr>
<tr><td>*uitstoot (in miljoenen ton)*</td><td>9 000</td><td>11 634</td><td>15 038</td><td>19.439</td><td>25 127</td></tr>
</table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

		 ➢ Stel de formule op die weergeeft wat de hoogte van het eindkapitaal (*K*) is na *t* jaar als er een bedrag € 600 op de bank gezet wordt en men het laat staan tegen een jaarlijkse rente van 4 procent. Antwoord: er is hier sprake van exponentiële groei (rente op rente), dus $K = 600 \cdot 1{,}04^t$	
	– Evenredige en omgekeerd evenredige verbanden herkennen en gebruiken met hun specifieke eigenschappen	4B.3 Een evenredig en omgekeerd evenredig verband vlot kunnen herkennen en aan de hand van een formule (omgekeerd) evenredigheden kunnen formuleren. ➢ Een fietser rijdt met een constante snelheid op een rechte polderweg. Hij passeert daarbij de punten *A* naar *B*. Op tijdstip $t = 0$ passeerde hij *A*, en 12 minuten en 26 seconden later heeft hij precies 5 km afgelegd. Welk soort verband bestaat er tussen de afgelegde afstand vanaf *A* en de tijd *t*? Antwoord: een evenredig verband. ➢ Voor de kracht die twee planeten met massa m_1 en m_2 op elkaar uitoefenen waarvan de middelpunten op afstand *r* van elkaar staan, geldt de formule $K = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. Hierin is *G* een constante. Welke evenredigheden worden door middel van deze formule beschreven?	

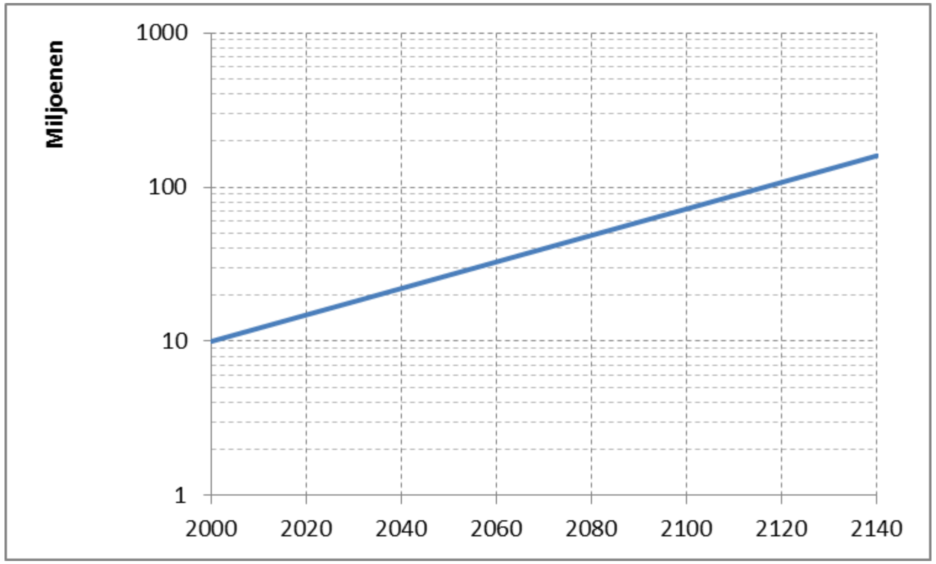
	Antwoord: de aantrekkingskracht tussen beide planeten is evenredig met hun massa en omgekeerd evenredig met het kwadraat van hun onderlinge afstand. ➢ In welke situatie neemt de aantrekkingskracht tussen twee planeten het sterkst toe? Als een van beide planeten twee keer zo zwaar zou worden of als de onderlinge afstand tussen beide planeten halveert? Antwoord: als de onderlinge afstand halveert.	
Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
– Uit het verloop, de vorm, en de plaats van punten in een grafiek conclusies trekken over de bijbehorende formule	4B.4 Uit het verloop, de vorm, en de plaats van punten in een grafiek conclusies trekken over de bijbehorende formule ➢ Gegeven zijn twee formules: (1) $y = 2x - 1$ (2) $y = 3x + 4$ In welke grafiek is welke formule grafisch weergegeven?  Grafiek 1  Grafiek 2 Antwoord: (1) hoort bij grafiek 2; (2) hoort bij grafiek 1.	Staat ook in 2F vermeld, maar daar gaat het om conclusies met betrekking tot de bijbehorende situatie, zonder gebruik te maken van een formule
Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom

	– Snijpunten van grafieken interpreteren binnen een context	4B.5 Uit kunnen leggen wat de betekenis is van de snijpunten van grafieken binnen een context ➢ In onderstaande afbeelding staan de grafieken getekend van twee wielrenners die deelnemen aan een tijdrit. Bij een tijdrit starten wielrenners met tussenpozen van telkens 3 minuten.  Antwoord: een snijpunt van beide grafieken geeft een tijdstip aan waarop beide wielrenners dezelfde afstand in dezelfde tijd hebben afgelegd. ➢ In de onderstaande figuur wordt de reis van vier treinen op een bepaald spoortraject beschreven.	In referentieniveau 2S staat een vergelijkbaar, maar eenvoudiger voorbeeld

		 Hoeveel treinen komt trein 1 op zijn traject tegen? Antwoord: 2 treinen, te weten trein 3 en trein 4.	
	– Uitspraken doen over de rol of betekenis van variabelen of constanten in een formule	4B.6 Uit kunnen leggen wat de rol of betekenis is van variabelen of constanten in een formule die variabelen en constanten bevat ➢ De snelheid van een steen die recht omhoog gegooid wordt, wordt weergegeven door de formule $v = 25 - 10t$, waarbij t de tijd in seconden is en v de snelheid in meters per seconde. Wat stelt de constante 25 voor in deze formule? Antwoord: De constante 25 representeert de beginsnelheid waarmee de steen weggegooid wordt. Als $t = 0$ ingevuld wordt in de formule, is v immers gelijk aan 25 m/s. ➢ De hoeveelheid energie die nodig is om een object dat *m* kg weegt over *h* meter omhoog te brengen is gelijk aan $m \cdot g \cdot h$. Welk van de drie onbekenden in deze formule stelt een constante voor? Antwoord: *g*. Uit de beschrijving blijkt dat *m* en *h* variabelen zijn.	Staat ook in referentieniveau 2F: aldaar moeten vaste en variabele delen aangewezen en de betekenis van variabelen aangegeven kunnen worden

<table>
<tr><th>Verbanden</th><th>3 – streef</th><th>Toelichting</th><th>Suggesties en opmerkingen</th></tr>
<tr><td rowspan="3">C Gebruiken

– Tabellen, diagrammen en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen
– Rekenvaardigheden gebruiken</td><td>Paraat hebben</td><td>Paraat hebben</td><td>Paraat hebben</td></tr>
<tr><td>Functioneel gebruiken</td><td>Functioneel gebruiken</td><td>Functioneel gebruiken</td></tr>
<tr><td>– Berekeningen uitvoeren aan processen die op verschillende manieren beschreven kunnen zijn</td><td>
<p>4C.1 Kunnen oplossen van problemen waarbij berekeningen uitgevoerd dienen te worden aan verbanden die op verschillende manieren (tekstueel, grafisch, middels tabellen) beschreven zijn.</p>
<p>➢ In de onderstaande tabel is het spaarsaldo aan het einde van een aantal opeenvolgende jaren bij twee spaarvormen weergegeven. Bij de groeirekening is sprake van "rente op rente". Bij de depositorekening wordt alleen rente berekend over het startsaldo. In beide gevallen bedroeg het startsaldo op 31 december 2010 € 10.000.</p>
<table>
<tr><td>jaar</td><td>2010</td><td>2011</td><td>2012</td><td>2013</td></tr>
<tr><td>groeirekening</td><td>€ 10.000</td><td>€ 10.350</td><td>€ 10.712,25</td><td>€ 11.0871,18</td></tr>
<tr><td>depositorekening</td><td>€ 10.000</td><td>€ 10.440</td><td>€ 10.880</td><td>€ 11.320</td></tr>
</table>
<p>Aan het einde van welk jaar is het saldo op de groeirekening voor het eerst groter dan dat op de depositorekening?
Antwoord: Maak de tabel af en lees het antwoord af.</p>
<table>
<tr><th>jaar</th><th>groeirekening</th><th>depositorekening</th></tr>
<tr><td>2010</td><td>€ 10.000,00</td><td>€ 10.000</td></tr>
<tr><td>2011</td><td>€ 10.350,00</td><td>€ 10.440</td></tr>
<tr><td>2012</td><td>€ 10.712,25</td><td>€ 10.880</td></tr>
<tr><td>2013</td><td>€ 11.087,18</td><td>€ 11.320</td></tr>
<tr><td>2014</td><td>€ 11.475,23</td><td>€ 11.760</td></tr>
<tr><td>2015</td><td>€ 11.876,86</td><td>€ 12.200</td></tr>
<tr><td>2016</td><td>€ 12.292,55</td><td>€ 12.640</td></tr>
<tr><td>2017</td><td>€ 12.722,79</td><td>€ 13.080</td></tr>
<tr><td>2018</td><td>€ 13.168,09</td><td>€ 13.520</td></tr>
<tr><td>2019</td><td>€ 13.628,97</td><td>€ 13.960</td></tr>
<tr><td>2020</td><td>€ 14.105,99</td><td>€ 14.400</td></tr>
<tr><td>2021</td><td>€ 14.599,70</td><td>€ 14.840</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
</table>

		2022 € 15.110,69 € 15.280 2023 € 15.639,56 € 15.720 2024 € 16.186,95 € 16.160 Aan het eind van 2024 is het saldo op de groeirekening voor het eerst groter dan op de depositorekening.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– Grafieken en hun kenmerken als onderdeel van verdere studie	4C.2a Een grafiek met een logaritmische schaalverdeling kunnen aflezen. ➤ De bevolking in een land groeit volgens de onderstaande grafiek.  Wat is de bevolkingsomvang in 2080? Antwoord: ongeveer 14 miljoen inwoners Wanneer is de bevolkingsomvang verdubbeld ten opzichte van die in het jaar 2000? Antwoord: rond 2055	

SLO is het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling. Al 35 jaar geven wij inhoud aan leren en innovatie in de driehoek beleid, wetenschap en onderwijspraktijk. De kern van onze expertise betreft het ontwikkelen van doelen en inhouden van leren, voor vele niveaus, van landelijk beleid tot het klaslokaal.

We doen dat in interactie met vele uiteenlopende partners uit kringen van beleid, schoolbesturen en -leiders, leraren, onderzoekers en vertegenwoordigers van maatschappelijke organisaties (ouders, bedrijfsleven, e.d.).

Zo zijn wij in staat leerplankaders te ontwerpen, die van voorbeelden te voorzien en te beproeven in de schoolpraktijk. Met onze producten en adviezen ondersteunen we zowel beleidsmakers als scholen en leraren bij het maken van inhoudelijke leerplankeuzes en het uitwerken daarvan in aansprekend en succesvol onderwijs.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl