



● ● Veranderd ● wiskundeonderwijs

Gevolgen van de invoering nieuwe examenprogramma's augustus 2015

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

slo



Veranderd wiskundeonderwijs

Gevolgen van de invoering nieuwe examenprogramma's
augustus 2015

Januari 2015

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording



2015 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Mits de bron wordt vermeld, is het toegestaan zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren en/of verspreiden en om afgeleid materiaal te maken dat op deze uitgave is gebaseerd.

Auteurs: Hielke Peereboom, Jos Tolboom, Peter Vaandrager, Piet Versnel, Peter van Wijk
Met medewerking van: Ger Limpens, Jos Remijn, Ruud Stolwijk (Cito) en Marja Bos (Carmelcollege, Emmen)

Informatie

SLO

Afdeling: tweede fase

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 661

Internet: www.slo.nl

E-mail: tweedefase@slo.nl

AN: 3.7218.621

Inhoud

1.	Inleiding	5
2.	Havo wiskunde A	7
2.1	Het centraal examen havo wiskunde A	8
2.2	Het schoolexamen havo wiskunde A	8
2.3	Veranderingen bij de invoering	8
2.4	Aanvullende opmerkingen	10
2.5	Voorbeelden uit pilotexamens havo wiskunde A	10
3.	Havo wiskunde B	19
3.1	Het centraal examen wiskunde B	19
3.2	Het schoolexamen wiskunde B	19
3.3	Veranderingen bij de invoering	20
3.4	Voorbeelden uit pilotexamens havo wiskunde B	21
4.	Havo wiskunde D	27
4.1	Veranderingen bij de invoering	28
4.2	Wat is nieuw in het programma?	28
5.	Vwo wiskunde A	29
5.1	Het centraal examen vwo wiskunde A	30
5.2	Het schoolexamen vwo wiskunde A	30
5.3	Veranderingen bij de invoering	30
5.4	Aanvullende opmerkingen	32
5.5	Formules die op het examen bijgevoegd zullen worden	32
5.6	Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde A	33
6.	Vwo wiskunde B	43
6.1	Het centraal examen vwo wiskunde B	44
6.2	Het schoolexamen vwo wiskunde B	44
6.3	Veranderingen bij de invoering	44
6.4	Formules die op het examen bijgevoegd zullen worden	46
6.5	Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde B	47
7.	Vwo wiskunde C	53
7.1	Het centraal examen vwo wiskunde C	54
7.2	Het schoolexamen vwo wiskunde C	54
7.3	Veranderingen bij de invoering	54
7.4	Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde C	57
8.	Vwo wiskunde D	63
8.1	Veranderingen bij de invoering	64
9.	Examenwerkwoorden	65
10.	Literatuur	67

1. Inleiding

In 2004 heeft de minister van onderwijs de commissie cTWO (Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs) ingesteld die als opdracht had nieuwe examenprogramma's voor het havo en vwo te ontwerpen. Dit heeft geleid tot experimentele examenprogramma's die op een aantal scholen in Nederland zijn beproefd op haalbaarheid en uitvoerbaarheid. De commissie heeft in januari 2013 haar eindrapport aan de minister aangeboden (cTWO, 2012).

Globale veranderingen

In haar eindrapport stelt cTWO het volgende:

'cTWO heeft examenprogramma's ontwikkeld voor Wiskunde A, B en D op havo en Wiskunde A, B, C en D op vwo. De invoering van deze vernieuwde programma's vindt plaats in het schooljaar 2015-2016 in de vierde klas van havo en vwo. De verandering is zichtbaar op een aantal belangrijke punten:

- de wijze waarop statistiek in Wiskunde A en C wordt behandeld, bereidt beter voor op de wijze waarop in de vervolgopleidingen statistiek wordt gebruikt;
- de vergaande vernieuwing van het wiskunde C-programma op vwo, waardoor het niet langer een deelverzameling is van wiskunde A maar een eigen inhoud heeft die is toegesneden op leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij en hun vervolgopleidingen;
- een programma wiskunde B havo dat beter past in het beperkte aantal studielasturen;
- in de meetkundedomeinen van de wiskunde B-programma's krijgt analytische meetkunde een grotere rol, waardoor het programma coherenter wordt en de algebraïsche vaardigheden worden versterkt;
- bijgestelde programma's voor wiskunde D op grond van de ervaringen die sinds de invoering in 2007 zijn opgedaan;
- wiskundige denkactiviteiten als een rode draad door alle wiskundevakken'.

Wiskundige denkactiviteiten

Een zeer belangrijk doel van wiskundeonderwijs is de leerlingen 'wiskundig te leren denken'.

In de afgelopen decennia hebben wiskundigen nagedacht hoe het wiskundig denken er uit ziet en uit welke activiteiten het bestaat (Devlin, 2012; Mason, Burton, & Stacey, 1982).

In de examenprogramma's wiskunde 2015 is er voor gekozen de volgende wiskundige vaardigheden daarbij te onderscheiden:

1. modelleren en algebraïseren
2. ordenen en structureren
3. analytisch denken en probleemoplossen
4. formules manipuleren
5. abstraheren
6. logisch redeneren

Hierbij moet ICT, waar zinvol, functioneel worden gebruikt. Van Streun (2014) werkt deze zes vaardigheden verder uit en voorziet ze van duidelijke voorbeelden.

De wiskundige denkactiviteiten kunnen niet los van elkaar worden gezien. Drijvers (2015) constateert dat *modelleren*, *abstraheren* en *probleemoplossen* de belangrijkste zijn en dat *ordenen en structureren*, *formules manipuleren* en *redeneren* meer op de achtergrond hun rol spelen. In de volgende figuur wordt dat zichtbaar



Figuur 1. WDA driehoek. Bron: Drijvers, 2015)

Bij de invoering van de nieuwe examenprogramma's voor wiskunde in de tweede fase van het havo en vwo is het met name voor docenten van belang zicht te krijgen op de verschillen met de huidige examenprogramma's, zowel op hoofdlijnen als op detailniveau.

Daarom hebben vakexperts wiskunde van SLO de oude en nieuwe syllabi voor havo wiskunde A en B en die van vwo wiskunde A, B en C naast elkaar gelegd en met elkaar vergeleken. De voorbeeld (examen)opgaven en de pilotexamens die de leerlingen op de pilotscholen hebben afgelegd zijn bestudeerd. Hoewel wiskunde D voor zowel havo als vwo geen centraal examen (CE) heeft, maar alleen door middel van een schoolexamen (SE) wordt getoetst, is voor de volledigheid ook bij dit vak aangegeven wat de globale verschillen zijn tussen oud en nieuw.

Deze brochure geeft een overzicht van de vernieuwde wiskundeprogramma's havo-vwo:

- per vak de verschillen tussen de huidige en de nieuwe programma's, met een overzicht van nieuwe onderwerpen;
- per vak voorbeelden van nieuwe examenopdrachten met een korte toelichting;
- een opsomming van een aantal websites waar materiaal te vinden is ter ondersteuning van het wiskundeonderwijs.

2. Havo wiskunde A

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde A havo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde A (huidig en nieuw) wordt beschreven wat behoort tot het CE en tot het SE waarna uitvoerig per (sub)domein wordt ingegaan op de aard en inhoud van de veranderingen. Het hoofdstuk sluit af met enkele examenopdrachten die de vernieuwingen illustreren.

Oude examenprogramma havo A 2007	Nieuwe examenprogramma havo A 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Informatievaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Onderzoeksvaardigheden	A2 Profielspecifieke vaardigheden
A3 Technisch-instrumentele vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
A4 Oriëntatie op studie en beroep	
A5 Algebraïsche vaardigheden	
Domein B Veranderingen	Domein B Algebra en tellen
B1 Tabellen	B1 Rekenen
B2 Grafieken	B2 Algebra
B3 Veranderingen	B3 Telproblemen
Domein C Tellen en kansen	Domein C Verbanden
C1 Tellen	C1 Tabellen
C2 Kansen	C2 Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden
	C3 Formules met één of meer variabelen
	C4 Lineaire verbanden
	C5 Exponentiële verbanden
Domein D statistiek	Domein D Verandering
D1 Populatie en steekproef	D1 Helling
D2 Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens	
D3 De normale verdeling	
Domein E Verbanden	Domein E Statistiek
E1 Formules met twee of meer variabelen	E1 Presentaties van data interpreteren en beoordelen
E2 Lineaire verbanden	E2 Data verwerken
E3 Exponentiële verbanden	E3 Data en verdelingen
	E4 Statistische uitspraken doen
	E5 Statistiek met ICT
Domein F Toegepaste analyse	
F1 Exponentiële functies	
F2 Gebroken lineaire functies en machtsfuncties	
Domein G Binomiale verdeling	
G1 Telproblemen	
G2 Rekenen met kansen	
G3 De binomiale verdeling	

2.1 Het centraal examen havo wiskunde A

Het centraal examen bij het nieuwe programma heeft betrekking op de subdomeinen B1 en B2, domein C en de subdomeinen E1, E2, E3 en E4 in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

2.2 Het schoolexamen havo wiskunde A

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A, subdomein B3, domein D en subdomein E5.

2.3 Veranderingen bij de invoering

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014a).

Algebraïsche vaardigheden

In de syllabus bij het nieuwe examenprogramma zijn de eisen met betrekking tot de algebraïsche vaardigheden nauwkeurig beschreven en de specifieke vaardigheden in een kruisjeslijst aangegeven.

Domein A Vaardigheden (2007) → domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn geherdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door cTWO (2007) genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Nieuw in het 2015 programma is het domein B Algebra en tellen

Het bestaat uit de volgende subdomeinen:

- B1: Rekenen
 - Dit subdomein is nieuw en is opgenomen om zowel in het maatschappelijke verkeer als in vervolgstudies over voldoende rekenvaardigheid te beschikken.
 - De globale eindterm en in de specificaties betreffen basisberekeningen (rekenregels, inclusief die van machten en wortels, verhoudingen, en breuken, haakjes, absoluut en relatief, procenten, decimale breuken en afrondingen).
- B2: Algebra
 - Hier gaat het om algebraïsche basisbewerkingen met variabelen, het werken met maatsystemen en het omrekenen van eenheden.
- B3: Telproblemen
 - Dit is het subdomein C1 van het 2007 programma.
 - Geen onderdeel meer van het CE, wel van het SE.

Vervallen uit het 2007 programma is het Subdomein C2 Kansen.

Het 2007 domein B Veranderingen is deels terechtgekomen in domein C Verbanden (2015) en domein D Verandering (2015)

Domein C Verbanden (2015) bestaat uit de volgende subdomeinen:

- Subdomein C1: Tabellen
 - Dit is in grote lijnen het subdomein B1 Tabellen (2007).
 - Vervallen is B6.7: onderscheiden of frequenties absoluut en relatief zijn (begrippen worden nog wel bekend verondersteld).
 - Nieuw is eindterm C1.7: binnen de probleemsituatie een verband, gegeven door een tabel, doelgericht gebruiken.
 - Nieuw is ook eindterm C1.8: recht en omgekeerd evenredige verbanden herkennen in een tabel.
- Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden
 - In grote lijnen is dit het subdomein B2 Grafieken (2007).
 - De oude eindterm 7.6: interpoleren en extrapoleren is verhuisd naar C4.
 - Nieuw zijn de eindtermen C2.1 en C2.2 die gaan over standaardverbanden (een globale grafiek tekenen zonder ICT en in een gegeven probleemsituatie de parameters van een standaardverband berekenen).
 - Ook nieuw C2.3: een logaritmische schaalverdeling aflezen.
 - Nieuw is eindterm C2.11: een vergelijking of ongelijkheid opstellen.
 - Nieuw is ook C2.15: de maximum- of minimumwaarde van een formule berekenen.
 - Tenslotte zijn eindtermen die betrekking hebben op ongelijkheden geherformuleerd.
- Subdomein C3 Formules met één of meer variabelen
 - Dit is in grote lijnen het subdomein E1 (2007).
 - Nieuw is eindterm C3.4: een variabele in een formule vervangen door een eenvoudige expressie en het resultaat vereenvoudigen.
- Subdomein C4 Lineaire verbanden
 - Dit is in grote lijnen het subdomein E2 (2007).
 - Nieuw is eindterm C4.2: vergelijkingen van de vorm $px + qy = r$ herleiden tot een vergelijking van de vorm $y = ax + b$.
 - In de eindterm C4.8: gebieden begrensd door ongelijkheden tekenen en interpreteren, is het woord 'tekenen' nieuw t.o.v. het programma uit 2007.
- Subdomein C5: Exponentiële verbanden
 - Dit is het oude subdomein E3 Exponentiële verbanden.

Subdomein B3 Veranderingen (2007) → Domein D Veranderingen (2015)

In het 2015 programma is dit een SE onderdeel geworden en wordt het niet meer getoetst op het CE.

Domein D Statistiek (2007) → Domein E Statistiek (2015):

Het domein 'Statistiek en kansrekening' heeft in het 2015 programma een andere opzet en uitwerking gekregen, met onder andere een nadrukkelijker ICT-gebruik. Het onderwerp Statistiek wordt nu op een meer realistische en probleemgeoriënteerde manier benaderd dan in de huidige programma's (uit 2007). Uitgangspunt is thans de empirische cyclus van data verzamelen, data analyseren en conclusies trekken. ICT wordt ingezet om (grote) datasets te analyseren. De kansrekening is vervallen.

Het domein E Statistiek heeft de volgende nieuwe subdomeinen (voor de specificaties: zie de syllabus (CvTE, 2014a)).

- Subdomein E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen
- Subdomein E2: Data verwerken
- Subdomein E3: Data en verdelingen
- Subdomein E4: Statistische uitspraken doen
- Subdomein E5: Statistiek met ICT

Opmerkingen:

1. E1 t/m E4 komt terug in het CE, E5 in het SE.
2. Subdomein D3 De normale verdeling (2007): alleen de karakteristieken van een normale verdeling (symmetrisch, klokvormig en de **drie** vuistregels) hoeven nog gekend te worden (parate kennis); er wordt niet meer gerekend binnen het normale verdelingsmodel.
3. Het 2007 Domein F Toegepaste analyse (SE) met het subdomein F1 Exponentiële functies en het subdomein F2 Gebroken lineaire functies en machtsfuncties is geheel komen te vervallen.
4. Van het 2007 Domein G De binomiale verdeling maakt het subdomein G1 Telproblemen in het 2017 programma deel uit van het SE en niet meer van het CE. De subdomeinen G2 Rekenen met kansen en subdomein G3 De binomiale verdeling zijn in zijn geheel vervallen.

2.4 Aanvullende opmerkingen

Bij de pilotexamens is als laatste opgave van het CE een opgave opgenomen met maar één onderdeel: een korte onderzoeksopgave, een tamelijk open opgave met relatief veel punten. Verder wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

2.5 Voorbeelden uit pilotexamens havo wiskunde A

Hieronder zijn geen examenopdrachten opgenomen uit bestaande (sub)domeinen als Lineaire verbanden, Exponentiële verbanden.

De onderstaande opgaven Frisbee werpen (pilotexamen havo wiskunde A 2013, 1e tijdvak) en Honkbal (pilotexamen havo wiskunde A 2014, 1e tijdvak) passen bij de (nieuwe) domeinen B en C. Er moeten getallen in formules worden ingevuld (Frisbee, vraag 5 en Honkbal, vraag 14), er worden kwalitatieve redeneringen gevraagd (Frisbee, vraag 6, Honkbal, vraag 16), er worden herleidingen gevraagd zodat hier algebraïsche vaardigheden (vermenigvuldigen van variabelen, haakjes wegwerken, vereenvoudigen) aan bod komen (Frisbee, vraag 6 en Honkbal, vraag 15). Vraag 8 bij Frisbee en vraag 17 van Honkbal tenslotte, vragen van de leerling om een vergelijking of ongelijkheid op te stellen en deze (met de grafische rekenmachine) op te lossen.

Frisbee werpen

Op een kermis kun je meedoen met het spel 'Frisbee werpen'. Je werpt daarbij een ronde plastic schijf, een frisbee, op een vloer met even grote rechthoekige tegels. Zodra de frisbee stil ligt, kijk je hoe hij terecht gekomen is: als de frisbee in zijn geheel op één tegel ligt, win je een prijs. Het is echter onmogelijk om goed te richten, doordat je een blinddoek draagt tijdens het werpen.

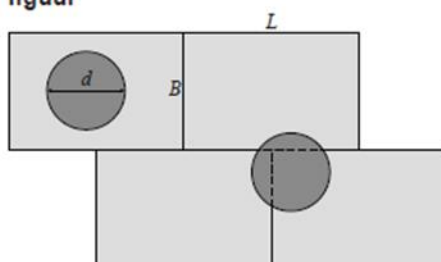


In de figuur zie je het bovenaanzicht van een stukje van de tegelvloer. De linker frisbee ligt volledig op één tegel en dat levert dus een prijs op. De rechter frisbee ligt op meer dan één tegel en dat levert geen prijs op.

Wiskundigen hebben een formule **figuur**

bedacht waarmee je kunt berekenen hoe groot het verwachte percentage worpen is waarbij de frisbee op meer dan één tegel terechtkomt. Deze formule is:

$$P = 100 \cdot \frac{L \cdot B - (L - d) \cdot (B - d)}{L \cdot B}$$



Hierin is:

- P het verwachte percentage worpen waarbij de frisbee op meer dan één tegel terechtkomt;
- L de lengte van een tegel in cm;
- B de breedte van een tegel in cm;
- d de diameter van de frisbee in cm.

In de rest van de opgave gaan we uit van deze formule. Hierbij geldt: de diameter van de frisbee is kleiner dan zowel de lengte als de breedte van een tegel.

De tegels van de tegelvloer zijn 60 cm bij 40 cm groot.

De spelers werpen met een frisbee met een diameter van 25 cm.
Bereken hoeveel procent van de worpen bij deze afmetingen naar verwachting een prijs zal opleveren.

3p 5

De kermisexploitant heeft frisbees met verschillende diameters. Hij zegt: "Hoe groter de diameter van de frisbee is, des te kleiner is het verwachte percentage worpen dat een prijs oplevert." Uit de formule volgt dat deze uitspraak waar is.

- 4p 6 Toon dit aan de hand van de formule aan, zonder voor d getallen in te vullen.

De kermisexploitant is van plan een nieuwe tegelvloer aan te leggen voor zijn spel. Hij wil daarbij gebruikmaken van vierkante tegels. Bij vierkante tegels is het percentage P uit te drukken in de lengte L van de tegel en de diameter d van de frisbee. De formule voor P kan dan herleid worden tot:

$$P = 100 \cdot \frac{2dL - d^2}{L^2}$$

- 4p 7 Laat deze herleiding zien.

De kermisexploitant besluit vierkante tegels te gebruiken van 75 cm bij 75 cm. Hij wil dat de diameter van de frisbee zo groot is, dat naar verwachting de helft van de worpen een prijs oplevert.

- 4p 8 Bereken welke diameter daarvoor nodig is.

Honkbal

In Amerika is honkbal een van de populairste sporten. De resultaten van Amerikaanse topteams worden dan ook zorgvuldig bijgehouden. Na elke wedstrijd wordt genoteerd hoeveel punten een team gescoord heeft (scorepunten) en hoeveel tegenpunten het team heeft moeten incasseren. Ook wordt genoteerd of het team gewonnen of verloren heeft.



Gelijkspel is onmogelijk. Aan het einde van het seizoen wordt van ieder team het aantal gewonnen wedstrijden en het totaal aantal scorepunten en tegenpunten gepubliceerd.

Er lijkt een verband te zijn tussen het percentage gewonnen wedstrijden en het totaal aantal scorepunten en tegenpunten van een team. Over een heel seizoen geldt voor een team bij benadering de volgende formule:

$$P = \frac{100 \cdot S^2}{S^2 + T^2}$$

Hierin is P het percentage gewonnen wedstrijden in het seizoen, S het totaal aantal scorepunten en T het totaal aantal tegenpunten in het seizoen.

In het honkbalseizoen van 2012 behaalden de New York Yankees 804 scorepunten en kregen ze 668 tegenpunten. Het team won 95 wedstrijden en verloor er 67.

Het verschil tussen het percentage werkelijk gewonnen wedstrijden en het percentage dat de formule geeft, is kleiner dan 1.

3p 14 Toon dit aan.

Voor teams die in een seizoen twee keer zoveel tegenpunten als scorepunten krijgen, geldt $T = 2 \cdot S$. Als je dit invult in de formule van P , ontstaat een nieuwe formule van P . Door die formule te herleiden, kun je laten zien dat er in deze situatie voor P altijd hetzelfde getal uitkomt.

4p 15 Geef deze herleiding.

Onderstaande opgave is een voorbeeld van een onderzoeksopdracht (pilotexamen havo wiskunde A, 2014, 1e tijdvak)

Wind delen met wind-delen

Tegenwoordig wordt in sommige huishoudens de milieubewuste keuze gemaakt om zelf stroom op te wekken met een eigen windmolen. Dit is mogelijk door met meerdere huishoudens een windmolen te kopen. Daarbij wordt de windmolen opgedeeld in 10 000 delen, wind-delen genoemd. Een huishouden dat meedoet, koopt een of meer wind-delen.



Eén wind-deel kost € 351. Daarvoor krijg je dan 16 jaar lang jaarlijks 500 kWh (kilowattuur) stroom. De molen moet ook onderhouden worden: daarom moet je voor elk wind-deel dat je koopt € 17 per jaar aan onderhoudskosten betalen.

Meneer Kruizinga weet uit ervaring dat zijn gezin ongeveer 4000 kWh per jaar gebruikt. Hij overweegt wind-delen te kopen, maar hij maakt eerst een berekening van de kosten, waarbij hij uitgaat van een jaarlijks gebruik van 4000 kWh. Daartoe weegt hij onderstaande mogelijkheden tegen elkaar af.

Mogelijkheid 1

Hij koopt 8 wind-delen, zodat hij 16 jaar lang jaarlijks 4000 kWh stroom krijgt. Hij moet wel belasting betalen over deze stroom, namelijk € 0,07 per kWh.

Mogelijkheid 2

Hij koopt geen wind-delen. Hij blijft de komende 16 jaar alle stroom bij zijn huidige energiemaatschappij kopen voor € 0,22 per kWh. Belasting is bij dit bedrag inbegrepen.

Het totale bedrag dat hij uitspaart door geen wind-delen te kopen en geen onderhoudskosten te betalen, zet hij direct aan het begin van de periode van 16 jaar op een spaarrekening met een rente van 3,0% per jaar.

8p 22 Onderzoek welke mogelijkheid voor meneer Kruizinga het voordeligst is.

Voorbeeld van opgaven bij domein E Statistiek

Omdat Statistiek geen onderdeel uitmaakte van het experimentele examenprogramma zoals dat op de pilotscholen is uitgeprobeerd, zijn er geen opgaven uit pilotexamens beschikbaar. Onderstaande voorbeeldopgaven zijn afkomstig uit de syllabus havo wiskunde A.

h De melkboer

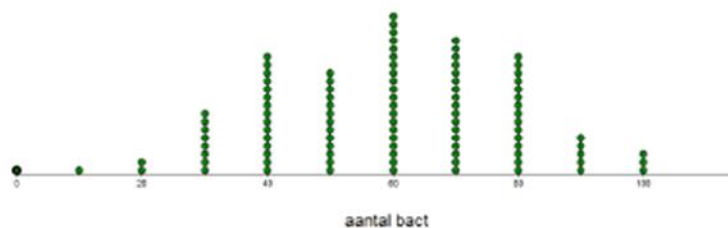
East Coast Milk (ECM) is een bedrijf in de VS dat elke dag melk bij honderd boeren in de regio ophaalt. Voordat de melk in de transporttank gaat, wordt bij elke boer een monster van de melk genomen. In het laboratorium van ECM wordt de melk onderzocht op het voorkomen van bacteriële vervuiling. Daartoe wordt in elk monster het aantal bacteriën per centiliter (cl) geteld.

De Public Health Service (PHS), verantwoordelijk voor de kwaliteitsbewaking, stelt als eis een maximum van 80 bacteriën per cl. In de tabel zie je een frequentietabel van de gevonden waarden in de honderd monsters van een dag. Het gemiddelde is gelijk aan 59 bacteriën per cl en de standaardafwijking is 20,3 bacteriën per cl. Er zijn bij deze gegevens nog twee andere representaties gemaakt, zie figuur 1 en figuur 2.

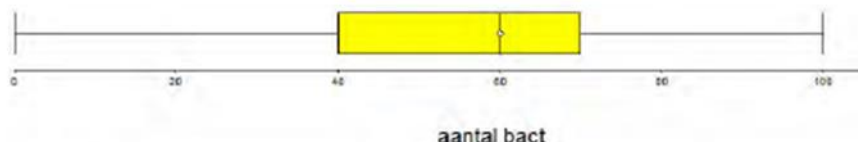
tabel

aantal bacteriën	frequentie
0	1
10	1
20	2
30	8
40	15
50	13
60	20
70	17
80	15
90	5
100	3
totaal	100

figuur 1



figuur 2



- 1 Welke van deze drie representaties is/zijn niet geschikt om het aantal overschrijdingen van de PHS norm vast te stellen? Licht je antwoord toe.

De totale hoeveelheid melk die elke dag wordt opgehaald, heet een **dagproductie**.

- 2 In de honderd monsters zitten gemiddeld 59 bacteriën per cl. Is dit ook het gemiddelde van de gehele dagproductie? Licht je antwoord toe.

Het laboratorium let goed op uitschieters omdat die op bijzonderheden kunnen wijzen. Vaak zijn dat meetfouten. Het laboratorium gebruikt de volgende vuistregel:
Een uitschieter ligt buiten het interval mediaan $\pm 1,5 \times$ interkwartielafstand.

- 3 Ga na hoeveel uitschieters er zijn. Bij welke zou het om een meetfout kunnen gaan?

De twee monsters met de laagste waarde worden opnieuw gemeten. Dat levert in beide gevallen een waarde van 50 bacteriën per cl op.

- 4 Beredeneer, zonder een berekening te maken, dat met deze nieuwe meetwaarden het gemiddelde groter wordt en de standaardafwijking kleiner wordt.

i Erupties (ontleend aan CE havo A1,2 2008 II)

Vulkanen kunnen heel lang niet-actief zijn. Dan zijn er geen erupties (uitbarstingen). Tijdens een actieve periode van een vulkaan zijn er wel erupties. Bij een eruptie komt er gesmolten steen, gas en as uit de vulkaan. Dat duurt een tijdje. Daarna is de vulkaan weer rustig, totdat de volgende eruptie begint.

We bekijken in deze opgave één actieve periode van één vulkaan. De actieve periode start bij de eerste eruptie.

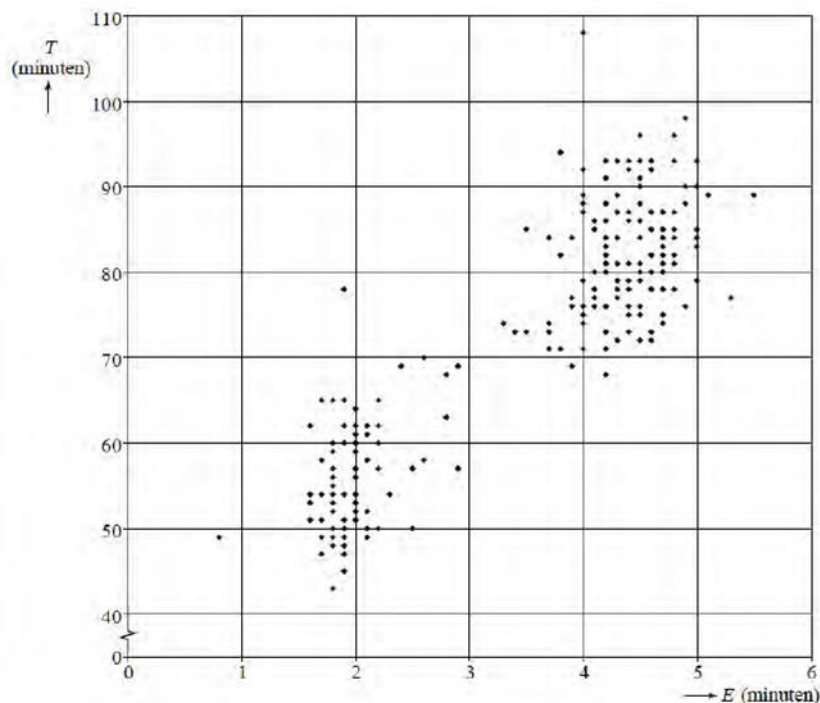
Wetenschappers hebben tijdens deze actieve periode gemeten:

- hoe lang iedere eruptie duurt: de eruptieduur;
- hoe lang de vulkaan rustig is tot de volgende eruptie begint: de tussentijd tot de volgende eruptie.

Tijdens deze actieve periode was de langste tijd tussen twee erupties 108 minuten. Na de allerlaatste eruptie was de vulkaan weer lange tijd rustig.

De eruptieduur is gemeten in tienden van een minuut nauwkeurig en de tussentijd in gehele minuten. De metingen zijn verwerkt in figuur 1. De eruptieduur E staat langs de horizontale as, de tussentijd tot de eerstvolgende eruptie T staat langs de verticale as.

figuur 1



Het meest linkse punt in de figuur hoort bijvoorbeeld bij een eruptie die 0,8 minuut duurde en waarna de vulkaan 49 minuten rustig was.

In deze actieve periode zijn er 184 erupties geweest. De eerste 183 zijn weergegeven in figuur 1. De allerlaatste eruptie van deze actieve periode duurde 1,7 minuut.

Deze allerlaatste eruptie kan niet in figuur 1 worden weergegeven.

1 Geef hiervoor een verklaring.

Op basis van figuur 1 kun je een schets maken van de verdeling van de eruptieduur.

2 Maak deze schets, met op de horizontale as de eruptieduur en op de verticale as het aantal erupties. (Je hoeft hierbij niet het aantal erupties per eruptieduur exact te tellen, het gaat om een schets.)

Iemand beweert op basis van deze schets van de eruptieduur te kunnen bepalen wat de standaardafwijking is van de eruptieduur. Hij doet dit door gebruik te maken van een van de vuistregels van de normale verdeling.

Hij berekent het tijdsverschil tussen de langste eruptieduur en de kortste eruptieduur en deelt deze uitkomst door 6. De uitkomst van deze berekening beschouwt hij als een schatting van de standaardafwijking.

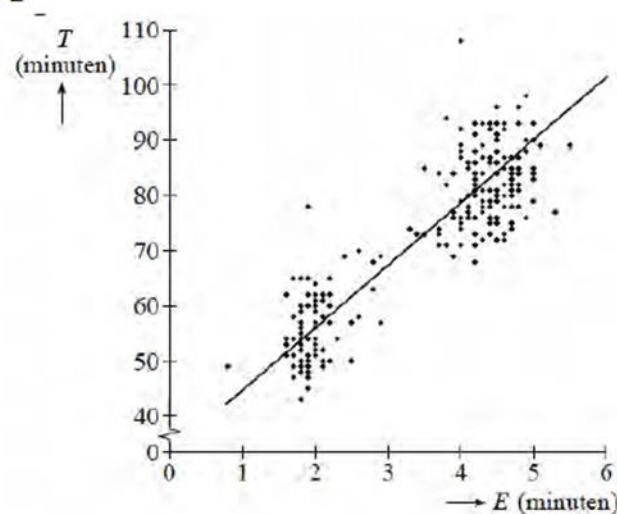
3 Ben jij het met deze werkwijze eens? Geef duidelijk aan wat daarbij je argumenten zijn.

Je kunt voor de 183 weergegeven erupties de gemiddelde duur van de tussentijd T schatten. Met behulp van dit gemiddelde kun je dan een schatting maken van de lengte van de actieve periode van de vulkaan.

4 Maak een schatting van de gemiddelde tijd tussen twee opeenvolgende erupties en toon hiermee aan dat deze actieve periode van de vulkaan langer heeft geduurd dan een week.

In figuur 2 is een lijn getrokken die zo goed mogelijk bij de metingen past.

figuur 2



Deze lijn gaat door de punten (2, 56) en (5, 90).

Met behulp van deze lijn kun je bij een gegeven eruptieduur een grove schatting maken voor de tussentijd die je daarbij kunt verwachten.

5 Bereken met behulp van lineair extrapoleren de geschatte tussentijd bij een eruptieduur van 6 minuten.

Ga er van uit dat de tussentijden bij een eruptieduur van 4,5 minuut normaal verdeeld zijn met een standaardafwijking van 4 minuten. Je kunt dan met een betrouwbaarheid van 95% aangeven tussen welke twee waarden de tussentijd tot de volgende eruptie zal liggen bij een eruptieduur van 4,5 minuut.

6 Geef deze twee waarden.

Piet beweert op basis van de gegevens uit figuur 2 te kunnen concluderen dat de eruptieduur groter wordt naarmate de tussentijd tussen twee erupties groter is. Harm is het niet met Piet eens.

7 Geef een argument dat Harm kan gebruiken om Piet te overtuigen van zijn ongelijk.

3. Havo wiskunde B

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde B havo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde B (huidig en nieuw) wordt beschreven wat behoort tot het CE en tot het SE waarna uitvoerig per (sub)domein wordt ingegaan op de aard en inhoud van de veranderingen. Het hoofdstuk sluit af met enkele examenopdrachten die de vernieuwingen illustreren.

Oude examenprogramma havo B 2007	Nieuwe examenprogramma havo B 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Informatievaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Onderzoeksvaardigheden	A2 Profielspecifieke vaardigheden
A3 Technisch-instrumentele vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
A4 Oriëntatie op studie en beroep	
A5 Algebraïsche vaardigheden	
Domein B Veranderingen	Domein B Functies, grafieken en vergelijkingen
B1 Veranderingen	B1 Standaardfuncties
	B2 Vergelijkingen en ongelijkheden
	B3 Evenredigheidsverbanden
	B4 Periodieke functies
Domein D Ruimtemeetkunde 1	Domein C Meetkundige berekeningen
D1 Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten	C1 Afstanden en hoeken in concrete situaties
D2 Oppervlakte en inhoud	C2 Algebraïsche methoden
Domein E Toegepaste analyse 1	Domein D Toegepaste analyse
E1 Functies en grafieken	D1 Veranderingen
E2 Vergelijkingen en ongelijkheden	D2 Afgeleide functies
E3 Afgeleide functies	D3 Bepaling afgeleide functies
E4 Periodieke functies	D4 Toepassing afgeleide functies
Domein H Toegepaste analyse 2	
H1 Afgeleide functie 2	

3.1 Het centraal examen wiskunde B

Het centraal examen bij het nieuwe programma heeft betrekking op de domeinen B, C en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

3.2 Het schoolexamen wiskunde B

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en domein D.

3.3 Veranderingen bij de invoering

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de nieuwe syllabus (CVTE, 2014c).

Domein A Vaardigheden (2007) → Domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn geherdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door cTWO (2007) genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Domein D Ruimte meetkunde 1 (2007) is vervangen door Domein C Meetkundige berekeningen (2015):

De oude subdomeinen D1 Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten en D2 Oppervlakte en inhoud zijn dus komen te vervallen. Ruimte meetkunde is ingeruild voor vlakke meetkunde.

Nieuwe subdomeinen hierin zijn:

- Subdomein C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties
 - Afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras, de sinus- en cosinusregel en met gelijkvormigheid.
- Subdomein C2: Algebraïsche methoden
 - Vergelijkingen van (lood)lijnen, cirkels en raaklijnen aan cirkels kunnen opstellen.
 - Coördinaten van het snijpunt van twee lijnen, snijpunt(en) van lijn en cirkel.
 - Afstanden tussen punten, lijnen en cirkels berekenen.
 - De hoek tussen twee lijnen berekenen.
 - Onderzoeken hoeveel gemeenschappelijke punten een lijn en een cirkel hebben.

Domein E: Toegepaste analyse 1 (2007) → verdeeld over domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen en D: Toegepaste analyse (2015):

- Subdomein B1: Standaardfuncties
 - Nieuw: tweedegraadsfuncties kunnen schrijven/interpreteren in drie verschillende vormen, dus ook als $f(x) = a(x - p)(x - q)$ en $f(x) = a(x - r)^2 + s$.
 - Nieuw: gebroken lineaire functies, de term 'hyperbool'.
 - Nieuw: verdubbelingstijd, halveringstijd.
- Subdomein B2: Vergelijkingen en ongelijkheden
 - Geen wezenlijke verschillen.
- Subdomein B3: Evenredigheidsverbanden
 - In een gegeven probleemsituatie bepalen of er sprake is van een recht evenredig of een omgekeerd evenredig verband.
 - Met de algemene vorm van het machtsverband $y = c \cdot x^n$ rekenen.
 - In een machtsverband $y = c \cdot x^n$ tussen twee grootheden x en y de exponent n en de evenredigheidsconstante c bepalen.
 - In een gegeven probleemsituatie een vergelijking opstellen bij een machtsverband tussen twee grootheden, de vergelijking oplossen en de oplossingen interpreteren.
- Subdomein B4: Periodieke functies
 - Vervallen: faseverschil, frequentie, schommeling en trend bij periodieke functies.

Domein B Veranderingen (2007), subdomein E3 Afgeleide functie (2007) en Domein H: Toegepaste analyse 2 (2007) → Domein D Toegepaste analyse (2015):

- Subdomein D1 Veranderingen
 - Nieuw: Vanuit een gegeven toenamediaagram het verloop van een grafiek schetsen.
 - Een deel van de specificaties is verhuisd naar een ander subdomein.
 - Enkele specificaties zijn anders verwoord.
- Subdomein D2: Afgeleide functies
 - Nieuw: de grafiek van de functie schetsen indien de grafiek van de afgeleide is gegeven.
- Subdomein D3 Bepaling afgeleide functies
 - Vervallen: afgeleide functie van periodieke functies; productregel.
 - Vervallen: de kettingregel bij functies die niet van de vorm $g(f(x))$ zijn met g een standaardfunctie en f een lineaire functie; dus niet bijvoorbeeld $h(x) = \sqrt{x^2 - x + 7}$, maar wel bijvoorbeeld $k(x) = \sqrt{7x - 1}$.
 - Nieuw in dit verband is de specificatie: het verband gebruiken tussen de afgeleide van een functie $f(x)$ en de afgeleide van $c \cdot f(x) + d$ en de afgeleide van $f(c \cdot x + d)$.
- Subdomein D4 Toepassingen van de afgeleide functie
 - Het gaat hierbij om zaken als de vergelijking van een raaklijn, de afgeleide gebruiken bij extremen en optimaliseringsproblemen.

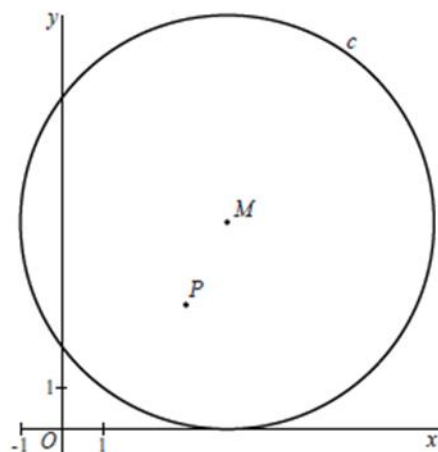
3.4 Voorbeelden uit pilotexamens havo wiskunde B

De opgaven Een punt binnen een cirkel (pilotexamen havo wiskunde B 2012, 1e tijdvak), Cirkel en lijn en Omvliegen (beide uit het pilotexamen havo wiskunde B 2013, 1e tijdvak), horen bij het nieuwe domein C Meetkundige berekeningen waarin het berekenen van afstanden en hoeken (onder andere met sinus- en cosinusregel), vergelijkingen van lijnen en cirkels aan bod komen.

Een punt binnen een cirkel

Gegeven zijn de cirkel c met vergelijking $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$ en het punt $P(3, 3)$. M is het middelpunt van c . Zie figuur 1.

figuur 1

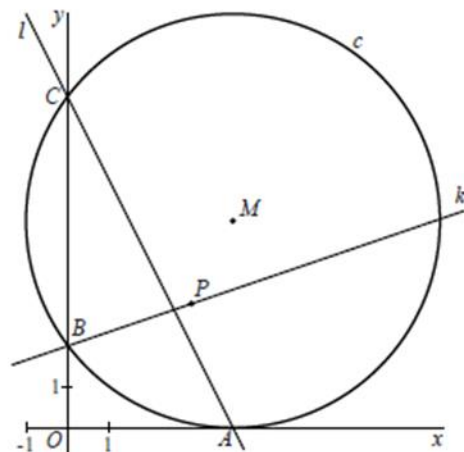


- 3p 7 Bereken de exacte afstand van punt P tot cirkel c .

Cirkel c raakt de x -as in het punt A en snijdt de y -as in de punten B en C , waarbij C boven B ligt.

Lijn k gaat door B en P en lijn l gaat door A en C . Zie figuur 2.

figuur 2

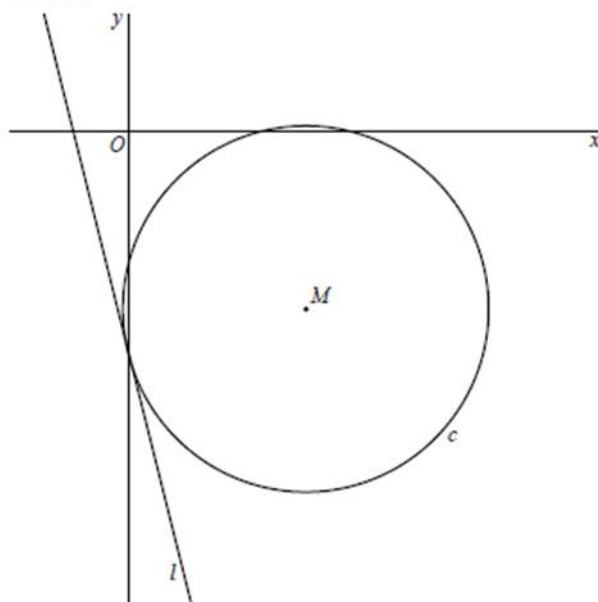


- 6p 8 Bereken in graden nauwkeurig de scherpe hoek waaronder k en l elkaar snijden.

Cirkel en lijn

Gegeven zijn de cirkel c met vergelijking $x^2 + y^2 - 6x + 6y = -8\frac{2}{5}$ en middelpunt M en de lijn l met vergelijking $y = -4x - 3\frac{3}{4}$. Zie de figuur.

figuur



In de figuur lijkt het erop dat l de cirkel raakt. Als l inderdaad c raakt, dan is de afstand van M tot l gelijk aan de straal van c . Echter, de afstand van M tot l is kleiner dan de straal van c .

- 8p 17 Toon op algebraïsche wijze aan dat de afstand van M tot l kleiner is dan de straal van c .

Omvliegen

Een burgervliegtuig mag niet via de kortste route van vliegveld Luxemburg naar Schiphol vliegen omdat er een verboden militaire zone tussen ligt. Zie figuur 1, waarin deze zone grijs gemaakt is.

figuur 1

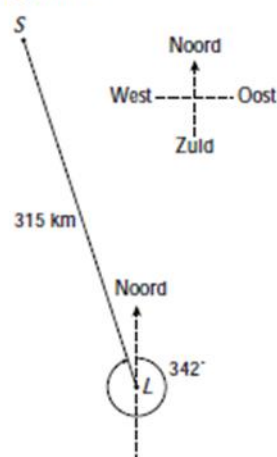


In deze opgave bekijken we een model van deze situatie. In dit model houden we alleen rekening met horizontale afstanden en nemen we aan dat vliegtuigen in rechte lijnen vliegen.

De afstand van vliegveld Luxemburg (L) naar vliegveld Schiphol (S) is hemelsbreed 315 km met een koers van 342° . Hierin is de **koers** de hoek ten opzichte van het noorden met de wijzers van de klok mee. Zie figuur 2.

Stel dat een vliegtuig vanaf vliegveld Luxemburg eerst richting het westen vliegt en vervolgens richting het noorden vliegt om precies op Schiphol uit te komen. Hierdoor wordt de vliegafstand langer dan 315 km. Bereken hoeveel langer deze vliegafstand is. Geef je antwoord in tientallen kilometers nauwkeurig.

figuur 2



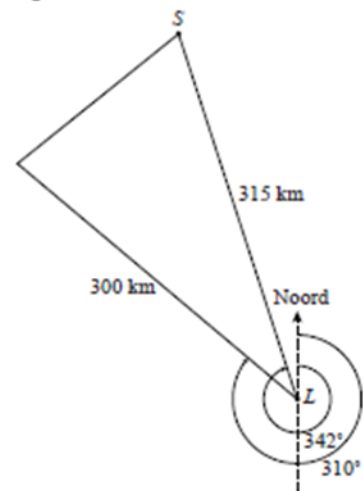
4p 6

In werkelijkheid vliegt men vanaf vliegveld Luxemburg eerst 300 kilometer met een koers van 310° om vervolgens rechtstreeks naar Schiphol te vliegen. Zie figuur 3.

Als men rechtstreeks van vliegveld Luxemburg naar vliegveld Schiphol zou mogen vliegen, zou de afstand met een bepaald percentage verkort kunnen worden.

sp 7 Bereken dit percentage in hele procenten nauwkeurig.

figuur 3



De onderstaande opgave Derdegraadsfunctie en gebroken functie (pilotexamen havo wiskunde B 2013, 1e tijdvak) is een voorbeeld van het toepassen van de kettingregel in combinatie met het loodrecht snijden van twee grafieken.

Derdegraadsfunctie en gebroken functie

De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = -x^3 + 4x$ en

$$g(x) = 1 - \frac{1}{(ax+1)^2}.$$

Voor elke waarde van a snijden de grafieken van f en g elkaar in de oorsprong. Er is een waarde van a zodat in de oorsprong de raaklijnen aan de grafieken van f en g loodrecht op elkaar staan.

7p 8 Bereken exact deze waarde van a .

De opgave hieronder is afkomstig uit de syllabus voor havo wiskunde B en is een voorbeeldopgave bij het subdomein B3 Evenredigheidsverbanden.

- 4 Bij experimenten met het opwekken van elektriciteit door middel van windmolens is onderzocht hoe het door de windmolens geleverde vermogen P afhangt van de lengte L van de wieken bij gelijke windsnelheid en luchtdichtheid. Bij een bepaald type windmolens bleek het opgewekte vermogen P (in kW) evenredig te zijn met het kwadraat van de lengte van de wieken L (in m) volgens $P = 1,2 \cdot L^2$.
 - a. Een van de proefopstellingen had een wieklengte van 8 meter. Bereken op één decimaal nauwkeurig het vermogen (in kW).
 - b. Een andere proefopstelling leverde een vermogen van 300 kW. Bereken op één decimaal nauwkeurig de lengte van de wieken van die windmolen (in m).

4. Havo wiskunde D

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde D havo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde D (huidig en nieuw) wordt beschreven wat per (sub)domein is veranderd.

Oude examenprogramma havo D 2007	Nieuwe examenprogramma havo D 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Algemene vaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden	A2 Profiel specifieke vaardigheden
A3 Wiskundige vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
Domein B Kansrekening en statistiek	Domein B Statistiek en kansrekening
B1 Kansrekening	B1 Visualisatie en interpretatie van data
B2 Statistiek – dataverwerking	B2 Combinatoriek
B3 Kansverdelingen	B3 Kansbegrip
B4 Profielspecifieke verdieping	B4 Kansverdelingen
B5 Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden	B5 Toepassingen van statische verwerkingsmethoden
	B6 Profielspecifieke verdieping
Domein C Toegepaste analyse	Domein C Ruimtemeetkunde
C1 Afgeleide functies 2	C1 Oppervlakte en inhoud
C2 Evenredigheidsverbanden	C2 Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten
C3 Exponentiële functies	C3 Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties
C4 Goniometrische functies	C4 Coördinaten en vectoren
Domein D Ruimtemeetkunde 2	
D1 Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties	
D2 Afstanden en hoeken in concrete situaties	
D3 Coördinaten en vectoren	
Domein E Wiskunde in technologie	Domein D Wiskunde in technologie
Domein F Keuzeonderwerpen	Domein E Keuzeonderwerp

Havo wiskunde D bestaat alleen uit een schoolexamen

4.1 Veranderingen bij de invoering

Vaardigheden:

De subdomeinen A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), zijn komen te vervallen en herdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden).

Domein B Kansrekening en statistiek:

De formuleringen van de globale eindtermen van de subdomeinen zijn nieuw; inhoudelijk zijn geen zaken verdwenen.

Domein C Toegepaste analyse 2:

Dit domein (met de subdomeinen C1: Afgeleide functies 2, C2: Evenredigheidsverbanden, C3: Exponentiële functies en C4: Goniometrische functies) is in zijn geheel komen te vervallen.

Domein D Ruimtemeetkunde 2:

Subdomein D2 (Afstanden en hoeken in concrete situaties) is vervallen.

4.2 Wat is nieuw in het programma?

Ten opzichte van 2007 is in het uiteindelijke programma het subdomein Afstanden en hoeken in concrete situaties naar Wiskunde B gegaan en daarvoor in de plaats is het subdomein Fragmentttekeningen van ruimtelijke objecten (C2) gekomen. In het subdomein Profielspecifieke verdieping (B6) wordt niet alleen verwezen naar de relatie met wiskunde B, maar ook naar die met andere bètavakken. De subdomeinen van het domein Statistiek en kansrekening (B) zijn hernoemd in de lijn van de nieuwe terminologie die hier wordt gehanteerd. Het subdomein Evenredigheidsverbanden is naar Wiskunde B verhuisd. In ruil daarvoor is een subdomein Profielspecifieke verdieping toegevoegd.

5. Vwo wiskunde A

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde A vwo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde A (huidig en nieuw) wordt beschreven wat behoort tot het CE en tot het SE waarna uitvoerig per (sub)domein wordt ingegaan op de aard en inhoud van de veranderingen. Het hoofdstuk sluit af met enkele examenopdrachten die de vernieuwingen illustreren.

Oude examenprogramma vwo A 2007	Nieuwe examenprogramma vwo A 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Informatievaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Onderzoeksvaardigheden	A2 Profielspecifieke vaardigheden
A3 Technisch-instrumentele vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
A4 Oriëntatie op studie en beroep	
A5 Algebraïsche vaardigheden	Domein B Algebra en tellen
	B1 Algebra
	B2 Telproblemen
Domein Bg Functies en grafieken	Domein C Verbanden
Bg1 Standaardfuncties	C1 Standaardfuncties
Bg2 Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	C2 Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden
Domein Cg Discrete analyse	Domein D Verandering
Cg1 Veranderingen	D1 Rijen
Cg2 Rijen en recurrente betrekkingen	D2 Helling
Domein Ba Differentiaalrekening met toepassingen	D3 Afgeleide
Ba1 Afgeleide functies	
Ba2 Rekenregels	
Domein Eg Combinatoriek en kansrekening	Domein E Statistiek en kansrekening (SE)
Eg1 Combinatoriek	E1 Probleemstelling en onderzoeksontwerp
Eg2 Kansen	E2 Visualisatie van data
Eg3 Rekenen met kansen	E3 Kwantificering
Eg4 Speciale discrete verdelingen	E4 Kansbegrip
Domein Fa Statistiek en kansrekening	E5 Kansverdelingen
Fa1 Populatie en steekproef	E6 Verklarende statistiek
Fa2 Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens	E7 Statistiek en ICT
Fa3 Kansverdelingen	
Fa4 Het toetsen van hypothesen	
Domein G Keuzeonderwerpen	Domein F Keuzeonderwerpen (SE)

5.1 Het centraal examen vwo wiskunde A

Het centraal examen bij het nieuwe programma heeft betrekking op domeinen B, C, en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

5.2 Het schoolexamen vwo wiskunde A

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A, E en F.

5.3 Veranderingen bij de invoering

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014b).

Domein A Vaardigheden (2007) → Domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn geherdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door cTWO (2007) genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Het 2015 programma heeft een nieuw domein B Algebra en tellen

Het bestaat uit de subdomeinen:

- Subdomein B1: Algebra
 - In dit subdomein gaat het om basisberekeningen met getallen en variabelen (rekenregels, inclusief die van machten en wortels, expressies herleiden, verhoudingen, percentages en breuken, werken met grootheden, samengestelde grootheden en maatsystemen en eenheden omrekenen).
- Subdomein B2: Telproblemen
 - Dit is het subdomein Eg1 Combinatoriek uit het programma uit 2007. Dit subdomein is geherformuleerd.

Domein Bg Functies en grafieken (2007) → Domein C Verbanden (2015)

Dit domein bestaat uit de subdomeinen:

- Subdomein C1: Standaardfuncties
 - Dit is globaal subdomein Bg1 (2007) maar is in zijn geheel geherformuleerd.
 - De standaardfuncties worden expliciet stuk voor stuk genoemd met hun karakteristieke eigenschappen.
 - Nieuw bij de standaardfuncties zijn $f(x) = e^x$, $f(x) = \ln(x)$ en $f(x) = \sin(x)$.
 - De sinusfunctie maakt nu weer deel uit van het CE (geen cosinus) met de begrippen amplitude, evenwichtsstand en periode.
- Subdomein C2: Functies, grafieken, vergelijkingen en domeinen
 - Dit is gebaseerd op subdomein Bg2 (2007).
 - Nieuw zijn de verbanden $y = a \cdot x$ (recht evenredig) en $y = \frac{a}{x}$ (omgekeerd evenredig).
 - Het opstellen van vergelijkingen en ongelijkheden wordt expliciet genoemd.
 - Lineair interpoleren en extrapoleren is nieuw.
 - Over het combineren van functies in samenhang met functievoorschriften en grafieken zijn twee nieuwe eindtermen geformuleerd: C2.10 en C2.11.
 - Nieuw is eindterm C2.13: op basis van verbanden met meerdere variabelen kwalitatief redeneren.

Domein Cg Discrete analyse (2007) en Ba Differentiaalrekening met toepassingen (2007) → Domein D Verandering (2015)

Dit domein D bestaat uit de subdomeinen:

- Subdomein D1: Rijen
 - Dit subdomein is grotendeels gelijk aan het subdomein Cg2 Rijen en recurrente betrekkingen (2007).
 - In het nieuwe programma maakt dit subdomein weer deel uit van het CE.
 - Hoewel er een grondige herformulering heeft plaats gevonden, zijn er geen wezenlijke inhoudelijke wijzigingen.
- Subdomein D2: Helling
 - Dit subdomein is gebaseerd op het subdomein Cg1 Veranderingen (2007).
 - Hoewel de globale eindterm (vrijwel) onveranderd is gebleven zijn er wel wijzigingen in de specificaties.
 - Verdwenen zijn:
 - 8.4 veranderingen beschrijven met behulp van differenties, bijvoorbeeld Δx .
 - 8.6 veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van differentiequotienten.
 - 8.8 differentiequotienten interpreteren als maat voor de gemiddelde verandering op een interval en als helling van een koorde.
 - 8.9 bij afnemende stapgrootte differentiequotienten interpreteren als benadering van de helling (steilheid) van de grafiek in een bepaald punt.
 - 8.10 van een gegeven grafiek de bijbehorende hellinggrafiek beschrijven en met een computer of GR numeriek benaderen.
 - 8.11 uit een gegeven hellinggrafiek het verloop van de oorspronkelijke grafiek afleiden.
 - Enkele andere eindtermen (over helling, gemiddelde verandering en veranderingsgedrag) zijn geherformuleerd.
- Subdomein D3: Afgeleide
 - Dit subdomein is gebaseerd op de 2007 subdomeinen Ba1 Afgeleide functies en Ba2 Rekenregels.
 - In de globale eindterm wordt nu expliciet genoemd van welke functies de afgeleide bepaald moet kunnen worden.
 - Vervallen: differentiaalquotient
 - Het geheel is nu veel compacter geformuleerd.
 - Geen afgeleide van $f(x) = \sin(x)$; wel van alle andere standaardfuncties.
 - De kettingregel is ingeperkt: alleen van de vorm $g(f(x))$ waarbij f en g standaardfuncties zijn.

Domein Eg Combinatoriek en kansrekening:

De kansrekening (subdomeinen Eg2 t/m Eg4, 2007) is in het 2015 programma geen onderdeel meer van het CE. In het nieuwe examenprogramma is het nieuwe subdomein E4 Kansbegrip wel verplicht binnen het SE.

Domein Fa Statistiek en kansrekening (2007) → Domein E Statistiek en kansrekening (2015)
 Statistiek en kansrekening (subdomeinen Fa1 t/m Fa4) is geen onderdeel meer van het CE. In het nieuwe examenprogramma is het wel verplicht binnen het SE.. De opzet van de statistiek is grondig gewijzigd (gebaseerd op de empirische cyclus: data verzamelen - data verwerken - conclusies trekken en het werken met grote datasets) maar onderwerpen als kansverdelingen (binomiaal en normaal) en hypothese toetsen zijn gebleven.

De syllabuscommissie heeft zich niet gebogen over de specificaties bij dit domein omdat het een SE onderdeel betreft. In het ontwerpprogramma van cTWO (2012) bestaat Domein E Statistiek en kansrekening uit de subdomeinen:

- Subdomein E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp
- Subdomein E2: Visualisatie van data
- Subdomein E3: Kwantificering
- Subdomein E4: Kansbegrip
- Subdomein E5: Kansverdelingen
- Subdomein E6: Verklarende statistiek
- Subdomein E7: Statistiek met ICT

Bij deze subdomeinen heeft cTWO ook specificaties voorgesteld. Deze zullen een richtlijn zijn voor de uitgevers van leermiddelen en de handreiking van SLO die in 2015 gaan verschijnen.

5.4 Aanvullende opmerkingen

Bij de pilotexamens is als laatste opgave van het CE een opgave opgenomen met maar één onderdeel: een korte onderzoeksopgave, een tamelijk open opgave met relatief veel punten. Verder wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten. Conform het examenbeleid wordt ongeveer veertig procent van de studielast aangewezen voor toetsing in uitsluitend het schoolexamen. Bij wiskunde A vwo betreft dit domein E Statistiek en kansrekening en domein F Keuzeonderwerpen

5.5 Formules die op het examen bijgevoegd zullen worden

Differentiëren

naam van de regel	functie	afgeleide
somregel	$s(x) = f(x) + g(x)$	$s'(x) = f'(x) + g'(x)$
verschilregel	$s(x) = f(x) - g(x)$	$s'(x) = f'(x) - g'(x)$
productregel	$p(x) = f(x) \cdot g(x)$	$p'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
quotiëntregel	$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$q'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
kettingregel	$k(x) = f(g(x))$	$k'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ of $\frac{dk}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$

Logaritmen

regel	voorwaarde
${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, b > 0$
${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log(\frac{a}{b})$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, b > 0$
${}^g\log(a^p) = p \cdot {}^g\log(a)$	$g > 0, g \neq 1, a > 0$
${}^g\log(a) = \frac{p \log(a)}{p \log(g)}$	$g > 0, g \neq 1, a > 0, p > 0, p \neq 1$

5.6 Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde A

De opgaven Brug (pilotexamen 2013, 1e tijdvak), Aalscholvers (pilotexamen 2012, 1e tijdvak), zijn voorbeeldopgaven bij domein C Verbanden

Brug

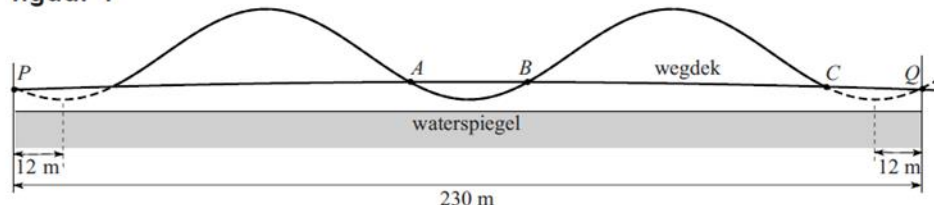
Op de foto zie je de Enneüs Heermabrug in Amsterdam. De brug bestaat uit golvende bogen: een verticaal geplaatste middenboog en twee schuin geplaatste buitenste bogen. Het wegdek is met hangstangen opgehangen aan deze bogen.

foto



In onderstaande figuur 1 zie je een model van deze brug. De golvende middenboog is met een sinusoïde weergegeven, de waterspiegel met een rechte lijn en het wegdek met een heel licht gebogen lijn.

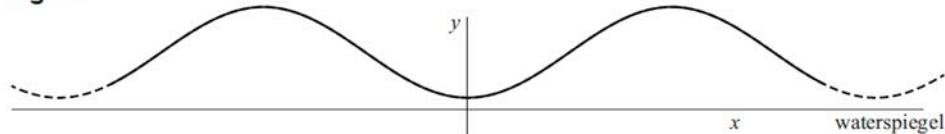
figuur 1



In figuur 1 zijn tevens enkele maten aangegeven: de brug is in totaal 230 meter lang. De sinusoïde is links en rechts met een stippellijn voortgezet: op 12 m afstand van de uiteinden van de brug bevindt zich een laagste punt. De hoogste punten van de boog bevinden zich op 26 m boven de waterspiegel en het laagste punt op 3 meter.

Voor de sinusoïde van figuur 1 kunnen we een formule opstellen van de vorm $y = a + b \sin(c(x - d))$. Als we in de figuur als x -as de waterspiegel nemen en de y -as door het midden van de brug laten gaan (zie figuur 2), wordt deze formule: $y = 14,5 + 11,5 \sin(0,061(x - 25,75))$ met x en y in meters.

figuur 2



- 4p 4 Licht toe hoe je met behulp van de gegeven maten de waarden voor a , b , c en d in deze formule kunt berekenen.

We kunnen het assenstelsel ook op een andere manier aanbrengen. Voor de volgende vraag gaan we uit van een assenstelsel waarbij de y -as door het punt P in figuur 1 gaat en de x -as de waterspiegel blijft.

In dat geval ziet de formule voor de sinusoïde van figuur 1 er anders uit.

- 3p 5 Geef een mogelijke formule voor deze situatie. Licht je antwoord toe.

We gaan nu weer uit van de waterspiegel als x -as en de y -as door het midden van de brug: zie figuur 2. Het wegdek is in figuur 1 geen rechte, maar een licht gebogen lijn in de vorm van een parabool met een formule van de vorm: $y = px^2 + q$. In het midden bevindt het wegdek zich op 7,5 m boven de waterspiegel. Je kunt nu de horizontale afstand tussen de twee middelste snijpunten van boog en wegdek, dus de punten A en B (zie figuur 1), berekenen. Van punt A is gegeven dat de x -coördinaat gelijk is aan (ongeveer) -15 .

- 2p 6 Bereken de horizontale afstand tussen de punten A en B .

- 6p 7 Bereken de waarden van p en q in de wegdekformule $y = px^2 + q$.

Aalscholvers

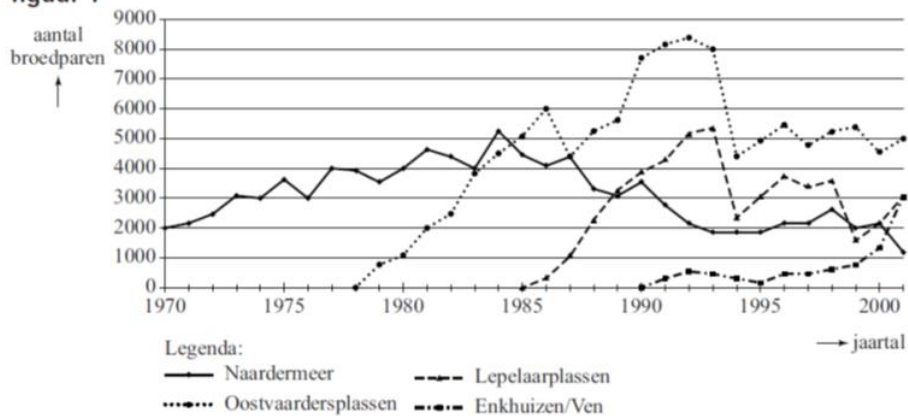
Op de foto hiernaast zie je een aalscholver. Aalscholvers leven in de buurt van meren en voeden zich met vis.

In figuur 1 zie je de aantallen broedparen van vier verschillende kolonies (groepen) aalscholvers. Figuur 1 staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

foto



figuur 1

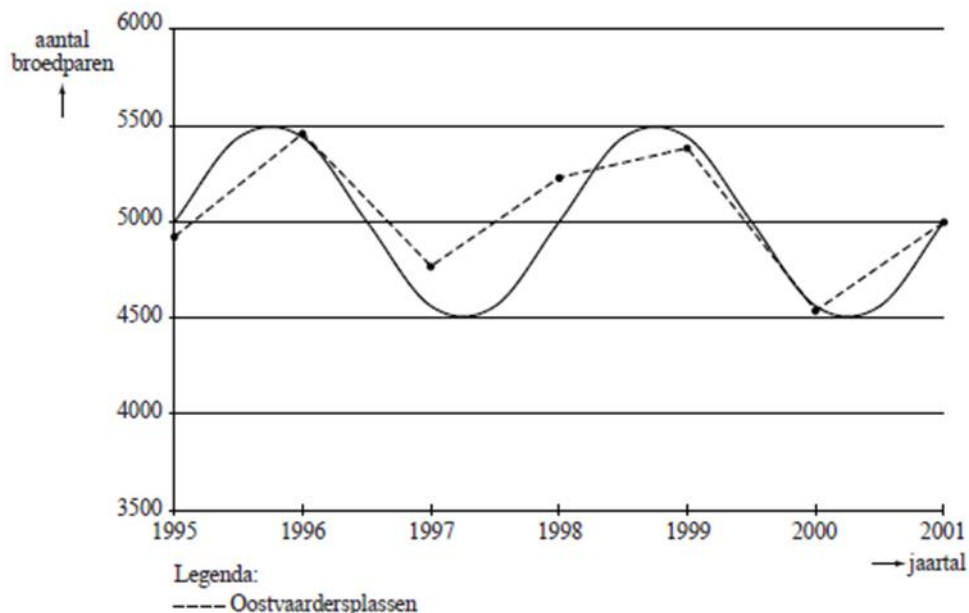


In 1978 verschenen de eerste aalscholvers bij de Oostvaardersplassen en in 1985 bij de Lepelaarplassen. Beide kolonies vertoonden in het begin een periode van snelle groei, namelijk de periode 1978-1992 voor de Oostvaardersplassenkolonie en de periode 1985-1993 voor de Lepelaarplassenkolonie. We vergelijken de gemiddelde groei per jaar in de periode 1978-1992 voor de Oostvaardersplassenkolonie met de gemiddelde groei per jaar in de periode 1985-1993 voor de Lepelaarplassenkolonie. De terugval in 1987 doet vermoeden dat de gemiddelde groei per jaar van de aantallen in de Oostvaardersplassenkolonie kleiner zal zijn dan die in de Lepelaarplassenkolonie.

- 16 Onderzoek met een berekening of dit inderdaad zo is en geef aan hoe je dit zonder berekening ook in de grafiek kunt zien. Gebruik daarbij de uitwerkbijlage.

Na een sterke terugval in 1994 vertonen de aantallen in de Oostvaardersplassenkolonie een periodieke schommeling. Zie figuur 2. Zo'n schommeling kan bijvoorbeeld ontstaan doordat een slecht broedseizoen gevolgen heeft voor een aantal jaren later, als deze vogels volwassen worden en zelf jongen krijgen.

figuur 2

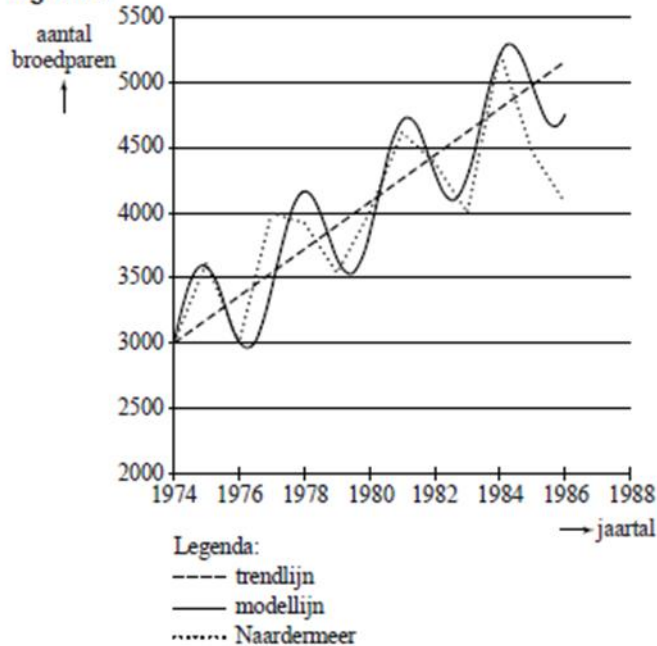


Men kan de aantallen broedparen van de Oostvaardersplassenkolonie van 1995 tot en met 2001 benaderen met een sinusfunctie. In figuur 2 zie je de grafiek van deze sinusfunctie.

- 4p 17 Stel een formule op die de sinusgrafiek van figuur 2 zo goed mogelijk benadert. Neem t in jaren met $t = 0$ in 1995. Licht je antwoord toe.

De kolonie bij het Naardermeer bestaat al langer. In de periode van 1974 tot en met 1985 is hier ook een schommeling van de aantallen te zien. Bovendien nemen de aantallen langzaam toe. In figuur 3 is de ontwikkeling van de aantallen benaderd met een modellijn. Figuur 3 staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 3



Bij de modellijn kan men een formule opstellen van de vorm:

$$N = p + q \cdot t + a \cdot \sin(b \cdot t)$$

Hierin is t in jaren met $t = 0$ in 1974.

Het gedeelte $p + q \cdot t$ betekent dat de evenwichtsstand niet constant is, maar stijgt volgens een rechte lijn: de trendlijn. De waarden van p , q , a en b in deze formule kan men met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage berekenen.

6p 18 Bereken de waarden van p , q , a en b .

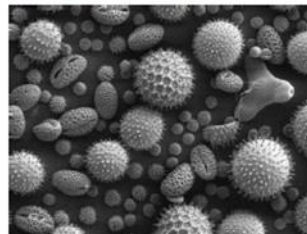
De opgave Hooikoorts hoort bij domein D Verandering.

Hooikoorts

Hooikoorts is een vervelende allergische aandoening waar veel mensen last van hebben. Iemand die last heeft van hooikoorts, reageert op zogenoemde pollen in de lucht, die afkomstig zijn van bomen en grassen die in bloei staan. De allergische reactie veroorzaakt naast irritatie aan ogen, neus en keel ook hoest- en niesbuien.

foto

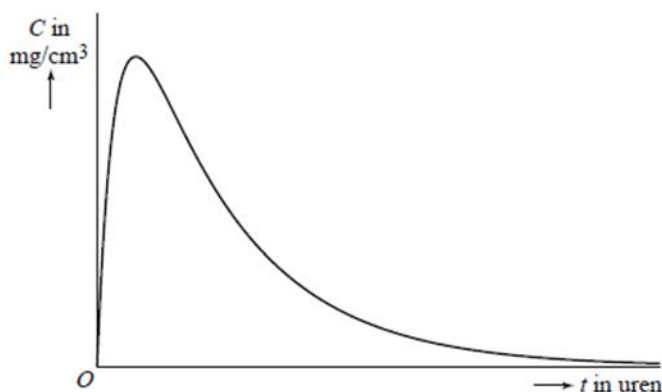
uitvergroete pollen



PharmaCie brengt een nieuw medicijn tegen hooikoorts op de markt. Het nieuwe medicijn van PharmaCie wordt in pilvorm verkocht.

Als een patiënt klachten krijgt, neemt hij een pil. De werkzame stof komt dan via de maag en de darm in de bloedbaan terecht. De hoeveelheid werkzame stof in de bloedbaan stijgt eerst en neemt daarna af omdat het door het lichaam wordt afgebroken. De concentratie van de werkzame stof in de bloedbaan noemen we C . In figuur 1 zie je een schets van de grafiek van C .

figuur 1



Een onderzoeker van PharmaCie stelt de volgende formule op die dit verloop redelijk benadert:

$$C_1(t) = \frac{16t}{190t^2 + 60}$$

Hierin is C_1 de concentratie werkzame stof in mg/cm^3 en t de tijd in uren na het innemen van de pil.

- 6p **5** Bereken met behulp van de afgeleide van C_1 na hoeveel minuten, gerekend vanaf het moment dat de pil is ingenomen, de concentratie werkzame stof maximaal is.

Een andere onderzoeker stelt een geheel andere formule op voor het verband tussen de tijd na het innemen van de pil en de concentratie werkzame stof:

$$C_2(t) = 0,13(e^{-0,65t} - e^{-3,9t})$$

Hierin is C_2 de concentratie werkzame stof in mg/cm^3 en t weer de tijd in uren na het innemen van de pil.

Aan de schets van de grafiek is te zien dat de werkzame stof na verloop van tijd nagenoeg uit het bloed verdwenen is. Met een redenering kun je aantonen dat elk van beide formules dit proces beschrijft.

- 6p **6** Beredeneer aan de hand van de formules van C_1 en C_2 dat de werkzame stof volgens **beide** formules na verloop van tijd nagenoeg uit het bloed is verdwenen.

Hoewel de grafieken van C_1 en C_2 beide erg op de grafiek in figuur 1 lijken, verschillen de momenten waarop het maximum bereikt wordt wel van elkaar.

- 6p **7** Onderzoek met behulp van de afgeleide C'_2 of het maximum van C_2 eerder of later dan het maximum van C_1 optreedt.

De opgave Dialecten vergelijken begint met vragen die passen bij subdomein B2 Telproblemen en vervolgen met vragen die passen bij domein C Verbanden (logaritmische verbanden).

Dialecten vergelijken

Taalkundigen doen veel onderzoek naar de dialecten in Nederland en Vlaanderen.

Onderzoeker M. Spruit onderzocht in 2008 in hoeverre dialecten op elkaar lijken. De mate waarin twee dialecten verschillen, wilde hij uitdrukken in een getal. Daarom vergeleek hij steeds twee dialecten op een aantal kenmerken en telde hij vervolgens de verschillen. Elk verschil tussen deze twee dialecten leverde een punt op. Het totale aantal punten is de **Hammingafstand** tussen deze twee dialecten.

Bijvoorbeeld: in Lunteren kan men zeggen: "Jan herinnert **zich** dat verhaal wel", maar ook: "Jan herinnert **z'n eigen** dat verhaal wel". In Veldhoven zegt men altijd: "Jan herinnert **zich** dat verhaal wel". In geen van beide dialecten gebruikt men hier "**hem**" of "**zichzelf**" of "**hemzelf**", iets dat in andere dialecten wel voorkomt.

Het vergelijken van deze vijf kenmerken levert dus in totaal 1 punt op voor de Hammingafstand. Dat is in tabel 1 weergegeven.

tabel 1

	Lunteren	Veldhoven	punten (voor Hammingafstand)
zich	+	+	0
hem	–	–	0
z'n eigen	+	–	1
zichzelf	–	–	0
hemzelf	–	–	0

Stel men vergelijkt dialect X met het dialect van Lunteren. En stel dat vergelijken van de vijf kenmerken uit tabel 1 in totaal 3 punten oplevert voor de Hammingafstand. In dialect X wordt ook "zich" gebruikt.

- 4p 17 Schrijf alle mogelijkheden voor deze vijf kenmerken voor dialect X op. Gebruik hiervoor de tabel op de uitwerkbijlage.

De onderzoeker vergeleek niet vijf, maar 507 kenmerken. Het resultaat is een tabel waarin per tweetal dialecten de Hammingafstand te zien is. In tabel 2 zie je hier een gedeelte van.

Het getal 66 in deze tabel voor het tweetal Lunteren-Bellingwolde (of Bellingwolde-Lunteren) betekent dat bij deze twee dialecten 66 van de 507 kenmerken verschillen: de Hammingafstand is 66.

tabel 2

Dialect	Lunteren	Bellingwolde	Hollum	Doel	Sint-Truiden	Veldhoven
Lunteren	–	66	52	122	77	47
Bellingwolde	66	–	56	134	81	51
Hollum	52	56	–	116	63	59
Doel	122	134	116	–	115	111
Sint-Truiden	77	81	63	115	–	72
Veldhoven	47	51	59	111	72	–

In tabel 2 heeft de onderzoeker dus 15 Hammingafstanden berekend. In totaal stonden er echter geen 6 dialecten, maar 267 dialecten in de tabel. Bij elk tweetal heeft de onderzoeker de Hammingafstand berekend.

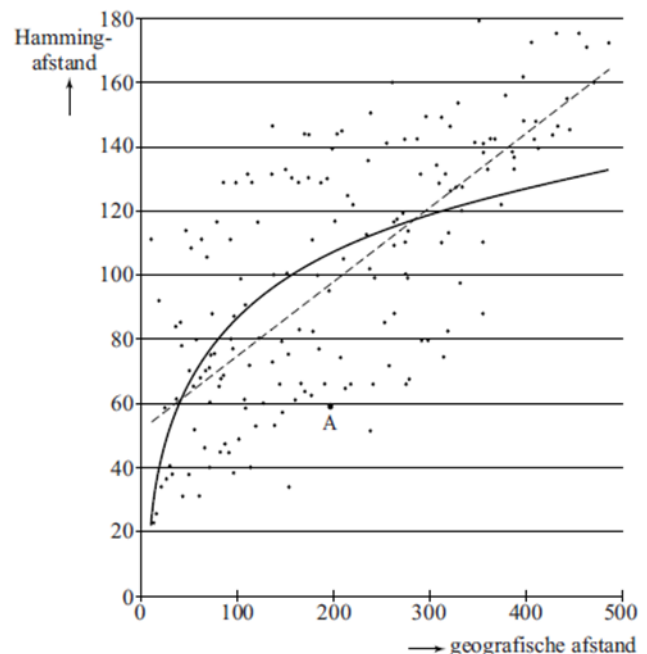
- 3p 18 Bereken hoeveel Hammingafstanden de onderzoeker in totaal heeft berekend.

De onderzoeker zocht naar een verband tussen de geografische afstand en de Hammingafstand van dialecten. In het kaartje in de figuur op de volgende pagina zie je een aantal dialecten met stippen aangegeven. In het assenstelsel is voor elk tweetal dialecten de Hammingafstand (in punten) uitgezet tegen de geografische afstand (in km).

In het assenstelsel kun je zien dat bij punt A de afstand tussen twee plaatsen gelijk is aan 200 km en de Hammingafstand ongeveer gelijk is aan 58.

De onderzoeker heeft op twee manieren geprobeerd het verband tussen de geografische afstand en de Hammingafstand met een wiskundig verband te benaderen. Beide manieren, een lineair verband en een logaritmisch verband, zijn weergegeven in het assenstelsel.

figuur



De onderzoeker heeft in het assenstelsel dus ook een grafiek voor een logaritmisch verband getekend. De formule voor dit logaritmische verband is:

$$H = -45,88 + 28,85 \cdot \ln(x)$$

Hierin is H de Hammingafstand en x de geografische afstand in km.

- Op de getekende rechte lijn liggen de punten (10, 55) en (400, 145).
- 5p 19 Stel met behulp van deze twee punten een formule op voor het lineaire verband in het assenstelsel en bereken met behulp van de formules bij welke geografische afstanden de Hammingafstanden volgens het lineaire en het logaritmische verband gelijk zijn. Rond je antwoord af op gehele kilometers.

De grafiek van het logaritmische verband in het assenstelsel gaat bijvoorbeeld door de punten (50, 67), (100, 87), (200, 107) en (400, 127). Hieraan kun je zien dat volgens het logaritmisch verband bij een verdubbeling van de geografische afstand de Hammingafstand steeds met 20 toeneemt. Met behulp van de formule $H = -45,88 + 28,85 \cdot \ln(x)$ kun je aantonen dat dit altijd zo is.

- 3p 20 Toon met behulp van de rekenregels van de logaritmen aan dat $-45,88 + 28,85 \cdot \ln(2x)$ ongeveer gelijk is aan $-45,88 + 28,85 \cdot \ln(x) + 20$.

De opgave Vaatwasser is een voorbeeld van een onderzoeksopdracht (pilotexamen vwo wiskunde A 2013, 1e tijdvak)

Vaatwasser

Martin heeft een nieuwe vaatwasser gekocht. Bij de aflevering vertelde de monteur het volgende:

"Ik gebruik thuis altijd het korte programma in plaats van het normale programma, want dat is goedkoper. Je moet de vaat dan wel even met de hand voorspoelen, dat kost je ongeveer 10 liter per keer en dat water wordt met gas verwarmd. In de vaatwasser wordt het water met elektriciteit verwarmd en dat is duurder. Gebruik daarom zoveel mogelijk het korte programma."

In de onderstaande tabel zie je enkele gegevens over het verbruik van de vaatwasser, afkomstig uit de handleiding.

tabel

programma	normaal programma	kort programma
programmaduur in minuten	155	60
vermogen in kW (kilowatt)	0,58	1,00
waterverbruik in liters	15	10

Behalve met gegevens uit deze tabel moet Martin rekening houden met de 10 liter water die hij volgens de monteur bij het voorspoelen moet gebruiken. Martin moet dus een schatting maken van de kosten aan water en het verwarmen daarvan bij het voorspoelen.

Martin heeft verder de volgende informatie verzameld:

- Water kost 1,22 euro per m^3 .
- Gas kost 0,54 euro per m^3 .
- De hoeveelheid energie die een apparaat met een vermogen van 1 kW in 1 uur verbruikt, noemen we 1 kWh (kilowattuur); een apparaat met een vermogen van 0,2 kW gebruikt in 0,5 uur dus $0,2 \cdot 0,5 = 0,10$ kWh.
- Elektriciteit kost 0,22 euro per kilowattuur (kWh).

Als Martin voorspoelt, gaan we ervan uit dat hij $1280 m^3$ gas per jaar verbruikt. Driekwart daarvan gaat op aan verwarming. De rest wordt gebruikt voor het verwarmen van water voor het bad en de douche, het voorspoelen, enzovoort. Martin schat dat hij voor het met de hand voorspoelen circa 10% van die rest gaat gebruiken.

- 7p 21 Onderzoek hoe groot het prijsverschil per vaatwasbeurt is tussen het normale programma en het korte programma met voorspoelen en geef met argumenten aan wat je vindt van de opmerking van de monteur.

6. Vwo wiskunde B

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde B vwo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde B (huidig en nieuw) wordt beschreven wat behoort tot het CE en tot het SE waarna uitvoerig per (sub)domein wordt ingegaan op de aard en inhoud van de veranderingen. Het hoofdstuk sluit af met enkele examenopdrachten die de vernieuwingen illustreren.

Oude examenprogramma vwo B 2007	Nieuwe examenprogramma vwo B 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Informatievaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Onderzoeksvaardigheden	A2 Profielspecifieke vaardigheden
A3 Technisch-instrumentele vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
A4 Oriëntatie op studie en beroep	
A5 Algebraïsche vaardigheden	
Domein Bg Functies en grafieken	Domein B Functies, grafieken en vergelijkingen
Bg1 Standaardfuncties	B1 Formules en functies
Bg2 Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	B2 Standaardfuncties
	B3 Functies en grafieken
Domein Cg Discrete analyse	B4 Inverse functies
Cg1 Veranderingen	B5 Vergelijkingen en ongelijkheden
	B6 Asymptoten en limietgedrag van functies
Domein Bb Differentiaal- en integraalrekening	Domein C Differentiaal- en integraalrekening
Bb1 Afgeleide functies	C1 Afgeleide functies
Bb2 Algebraïsche technieken	C2 Technieken voor differentiëren
Bb3 Integraalrekening	C3 Integraalrekening
Domein Bb Goniometrische functies	Domein D Goniometrische functies
Db1 Goniometrische functies	
Domein Gb Voortgezette meetkunde	Domein E Meetkunde met coördinaten
Gb1 Oriëntatie op bewijzen	E1 Meetkundige vaardigheden
Gb2 Constructie en bewijzen in de vlakke meetkunde	E2 Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde
	E3 Vectoren en inproduct
	E4 Toepassingen
Domein F Keuzeonderwerpen (SE)	Domein F Keuzeonderwerpen (SE)

6.1 Het centraal examen vwo wiskunde B

Het centraal examen bij het nieuwe programma heeft betrekking op de domeinen B, C, D en E in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

6.2 Het schoolexamen vwo wiskunde B

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A, subdomein E1 en domein F.

6.3 Veranderingen bij de invoering

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014d).

Domein A Vaardigheden (2007) → Domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn herdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door cTWO (2007) genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Domein Bg Functies en grafieken (2007) → Domein B Functies, grafieken en vergelijkingen (2018)

Vervallen:

- logaritmische schalen

Dit domein bestaat uit de volgende subdomeinen:

- B1 Formules en functies
 - aandacht voor het herleiden en combineren van formules en het tekenen van bijbehorende grafieken.
- B2 Standaardfuncties
 - Dit is het oude subdomein Bg1, uitgebreid met een aantal standaardfuncties:
 $f(x) = x^p$, $f(x) = \tan(x)$ en $f(x) = |x|$.
- B3 Functies en grafieken
 - Het oude domein Bg2 is gesplitst in twee subdomeinen B3 Functies en grafieken en B5 Vergelijkingen en ongelijkheden. Deze geven een uitgebreidere beschrijving van wat de kandidaat dient te kennen en kunnen. Expliciet worden parameters genoemd en ook het redeneren met verbanden.
- B4 Inverse functies
 - Dit subdomein is nieuw; de inverse functie van machtsfuncties, exponentiele functies en logaritmische functies moet opgesteld kunnen worden en de bijbehorende grafiek moet getekend kunnen worden. Het zelfde geldt voor de inverse functie van een samengestelde functie. Tenslotte moeten de voorwaarden gekend worden waaronder een functie een inverse functie heeft en de eigenschappen van de inverse moeten geïnterpreteerd kunnen worden in een gegeven probleemsituatie.
- B5 Vergelijkingen en ongelijkheden
 - Vergelijkingen oplossen die te herleiden zijn tot
 - Lineaire en kwadratische vergelijkingen.
 - $x^a = c$, $|x| = c$, $^g \log(x) = c$, $a^x = c$.
 - $f(x) = g(x)$ met f en g standaardfuncties.
 - Ongelijkheden bij standaardfuncties.
 - Een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen.
 - Vergelijking met een parameter.
 - Ongelijkheden met samengestelde functies.

- B6 Asymptoten en limietgedrag van functies
 - Limieten in verband brengen met het gedrag van een functie, ook bij linker- en rechterlimiet.
 - Asymptoten van de grafieken van standaardfuncties bepalen.
 - Met behulp van limieten onderzoek doen naar horizontale, verticale en scheve asymptoten van grafieken van functies.
 - Onderzoek doen naar linker- en rechterlimieten en naar perforaties.

Domein Cg Discrete analyse (2007):

Bestaat als zodanig niet meer: het toenamediaagram is vervallen en zaken als differentiequotiënt, differentiaalquotiënt worden niet meer genoemd. Enkele specificaties uit dit domein die betrekking hebben op de grafiek van de afgeleide (hellinggrafiek) zijn ondergebracht in het domein C en wel bij het subdomein C1 De afgeleide functie.

Domein Bb Differentiaal en integraalrekening (2007) → Domein C Differentiaal en integraalrekening (2018)

Dit domein bestaat uit de subdomeinen C1 Afgeleide functie, C2 Technieken voor differentiëren en C3 Integraalrekening.

Vervallen:

- Helling numeriek-grafisch benaderen, differentiaalquotiënt.
- Riemansommen.
- Integralen voor berekenen van lengte, afgelegde weg en zwaartepunt.

Nieuw:

- Uitkomsten van een bepaalde integraal interpreteren.
- De uitkomst van een bepaalde integraal benaderen met ICT.
-

Domein Db Goniometrische functies

Vervallen:

- Eenparige cirkelbeweging, faseverschil, de regels van Simpson:

$$\sin(t) + \sin(u) = 2 \sin\left(\frac{t+u}{2}\right) \cos\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

$$\sin(t) - \sin(u) = 2 \cos\left(\frac{t+u}{2}\right) \sin\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

$$\cos(t) + \cos(u) = 2 \cos\left(\frac{t+u}{2}\right) \cos\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

$$\cos(t) - \cos(u) = -2 \sin\left(\frac{t+u}{2}\right) \sin\left(\frac{t-u}{2}\right)$$

- Wat opvalt is de aandacht in de specificaties voor de symmetrie-eigenschappen van de standaard goniometrische functies (de formules die hierbij horen en het gebruik bij het oplossen van vergelijkingen).

Domein Gb Voortgezette meetkunde (2007) → Domein Meetkunde met coördinaten (2018)

Het oude domein is grotendeels vervallen. Overgebleven hiervan is een deel van wat is beschreven in het nieuwe subdomein:

- E1 (Meetkundige vaardigheden) met als globale eindterm:

De kandidaat kan meetkundige eigenschappen van objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van meetkundige en algebraïsche technieken en van ICT.

In de specificaties komen o.a. enkele raaklijnstellingen uit het oude domein terug en worden, om afstanden te berekenen, de stelling van Pythagoras, de goniometrische verhoudingen, gelijkvormigheid en de sinus- en cosinusregel genoemd.

Bij de zogeheten productieve vaardigheden vinden we dan nog het volgende:

De kandidaat kan:

7. meetkundige technieken gebruiken om eigenschappen van figuren te onderzoeken en te bewijzen;
8. algebraïsche technieken gebruiken om eigenschappen van figuren te onderzoeken en te bewijzen.

Naast het hierboven al beschreven nieuwe subdomein E1 zijn in dit domein verder nieuw de subdomeinen:

- E2 Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde
 - Lijnen en cirkels, in grote lijnen:
 - Vergelijkingen of parametervoorstelling van lijnen en cirkels op kunnen stellen.
 - Afstanden tussen punten, lijnen en cirkels kunnen berekenen.
 - Hoek tussen twee lijnen kunnen berekenen.
 - Vergelijking raaklijn aan cirkel op kunnen stellen.
 - Coördinaten van snijpunten lijnen en cirkels kunnen berekenen.
- E3 Vectoren en inproduct
 - Naast de bekende zaken m.b.t. vectoren ook vectorvoorstelling, redeneren met vectoren, parametervoorstelling; speerpunt lijkt hier bewegende punten" gezien de drie specificaties die hier aan gewijd zijn, te weten:
 - Berekeningen uitvoeren aan de baan van een bewegend punt die beschreven is door een tijdsafhankelijke vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.
 - De vectoriële snelheid en versnelling alsook de baansnelheid en baanversnelling van een bewegend punt berekenen.
 - Een vergelijking van de raaklijn opstellen aan de baan van een bewegend punt.
- E4 Toepassingen
 - De in de voorgaande subdomeinen aangegeven technieken gebruiken in natuurwetenschappelijke en technische situaties.

Verder wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

6.4 Formules die op het examen bijgevoegd zullen worden

Goniometrie

$$\sin(t+u) = \sin(t)\cos(u) + \cos(t)\sin(u) \quad \sin(2t) = 2\sin(t)\cos(t)$$

$$\sin(t-u) = \sin(t)\cos(u) - \cos(t)\sin(u)$$

$$\cos(t+u) = \cos(t)\cos(u) - \sin(t)\sin(u) \quad \cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2\cos^2(t) - 1 = 1 - 2\sin^2(t)$$

$$\cos(t-u) = \cos(t)\cos(u) + \sin(t)\sin(u)$$

6.5 Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde B

De opgave Halverwege (pilotexamen vwo wiskunde B 2013, 1e tijdvak) past bij subdomein B3 (functies en grafieken) waarin transformaties een grote rol spelen

Halverwege

De functie f is gegeven door $f(x) = e^x$.

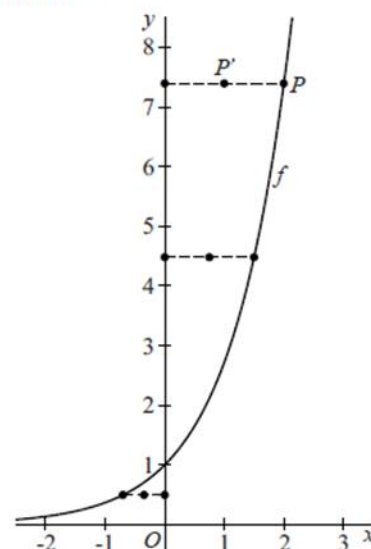
figuur 1

Bij elk punt P van de grafiek van f wordt het punt P' bepaald dat het midden is van P en de loodrechte projectie van P op de y -as.

Zie figuur 1.

De punten P' vormen de grafiek van een functie g die is gegeven door $g(x) = a^x$ voor zekere waarde van a .

- 4p 9 Bereken exact deze waarde van a .

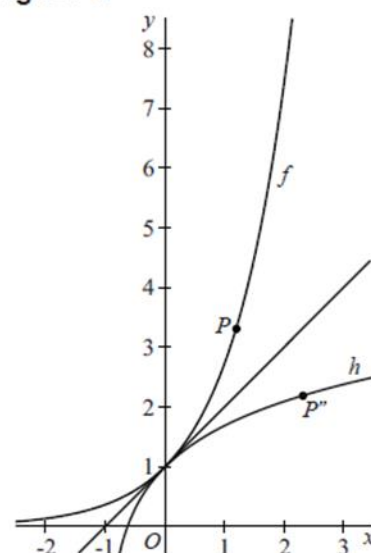


Bij elk punt P van de grafiek van f wordt het spiegelbeeld P'' in de lijn met vergelijking $y = x + 1$ bepaald. Zie figuur 2.

figuur 2

De punten P'' vormen de grafiek van een functie h . Deze grafiek ontstaat uit die van f door een combinatie van een of meer translaties en een spiegeling in de lijn met vergelijking $y = x$. Zo'n spiegeling van een grafiek van een functie in de lijn met vergelijking $y = x$ geeft de grafiek van de inverse functie.

- 5p 10 Stel een formule voor h op.



De opgave Lijn door perforatie illustreert een opgave bij subdomein B6 (asymptoten en limietgedrag van functies).

Lijn door perforatie

De functie f_b wordt gegeven door: $f_b(x) = \frac{x-b}{x^2-b^2}$ met $x \neq -b$ en $x \neq b$.

Voor elke waarde van $b \neq 0$ heeft de grafiek van f_b een perforatie.

- 7p 12 Bereken exact de waarde(n) van b waarvoor deze perforatie op de lijn met vergelijking $y = 4x + 1$ ligt.

De opgaven Rakende Cirkel (pilotexamen 2013, 1e tijdvak), Lijn en een cirkel (pilotexamen 2012, 1e tijdvak) en Lus (pilotexamen 2012, 1e tijdvak) zijn voorbeelden bij het nieuwe domein E (Meetkunde met coördinaten).

Rakende cirkel

Gegeven is het vierkant $ABCD$ met zijde 2. Zie figuur 1.

In dit vierkant zijn getekend:

- de kwartcirkel c met middelpunt A en eindpunten B en D ;
- de kwartcirkel d met middelpunt B en eindpunten A en C ;
- het vierkant $PQRS$ met P en Q op AB , R op c en S op d .

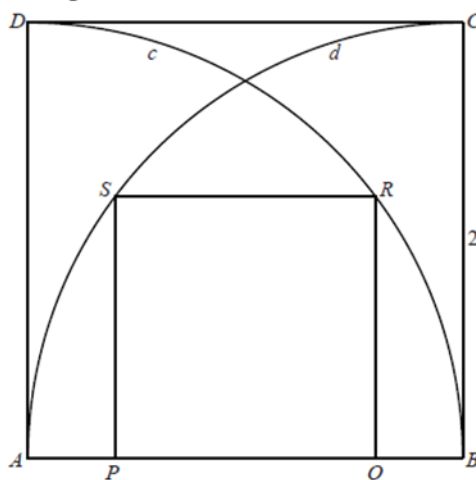
Er geldt: $PQ = \frac{6}{5}$

- 5p 11 Toon dit op algebraïsche wijze aan, bijvoorbeeld met behulp van driehoek AQR .

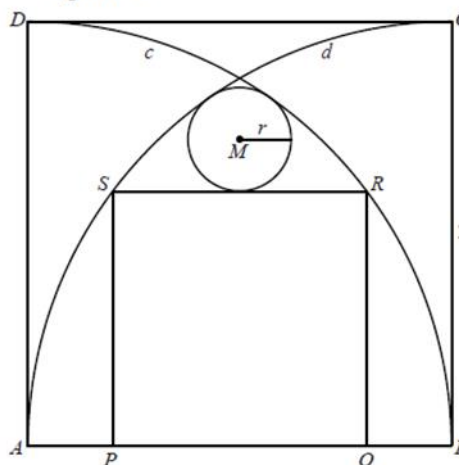
Aan de tekening in figuur 1 is een cirkel met middelpunt M en straal r toegevoegd, die RS en de beide kwartcirkels raakt. Zie figuur 2.

- 6p 12 Bereken exact de straal r .

figuur 1



figuur 2

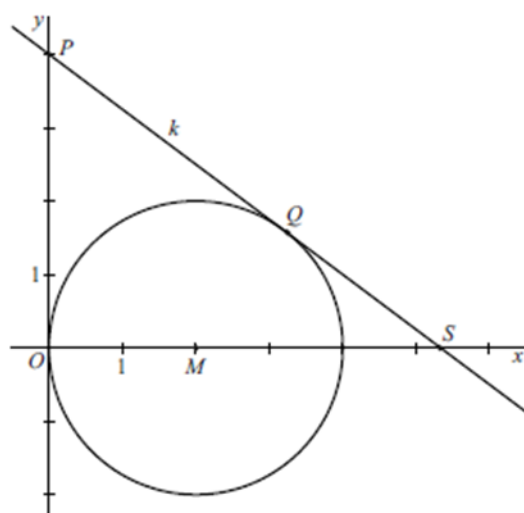


Lijn en cirkel

Gegeven is de cirkel met middelpunt $M(2, 0)$ en straal 2.

De niet-verticale lijn k gaat door het punt $P(0, 4)$, raakt de cirkel in het punt Q en snijdt de positieve x -as in het punt S . Zie figuur 1.

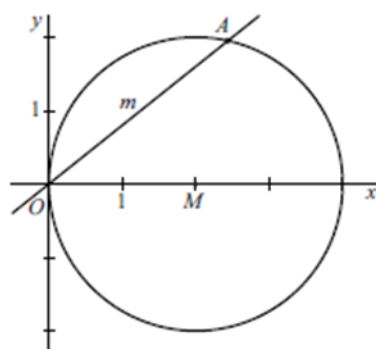
figuur 1



- 6p 6 Bereken exact de x -coördinaat van S .

De lijn m met vergelijking $y = px$ met $p > 0$ snijdt de cirkel behalve in O in een punt A , zodanig dat $OA = 3$. Zie figuur 2.

figuur 2



- 8p 7 Bereken exact de waarde van p .

Lus

Een punt beweegt in het Oxy -vlak volgens de bewegingsvergelijkingen

$$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = t(t^2 - 1) \end{cases}$$

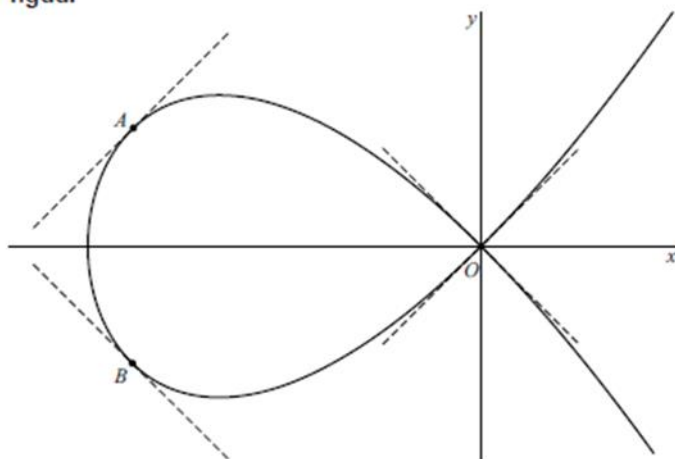
Hierin is t de tijd.

De baan van het punt heeft de vorm van een lus. Het punt bevindt zich op de tijdstippen $t = -1$ en $t = 1$ in de oorsprong O . In O heeft de baan van het punt twee raaklijnen.

Het bewegende punt passeert achtereenvolgens twee punten A en B waar de raaklijn aan de baan evenwijdig is met één van de raaklijnen in O .

Zie de figuur.

figuur



De benodigde tijd om van O naar A te bewegen, de benodigde tijd om van A naar B te bewegen en de benodigde tijd om van B naar O te bewegen, zijn alle drie even lang.

6p 11 Toon dit aan.

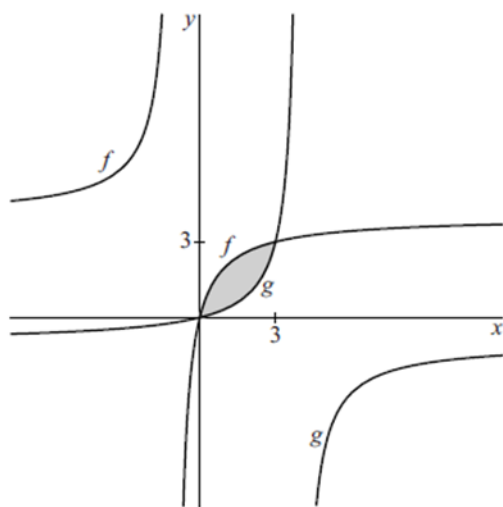
De opgave 'Een gebroken functie en zijn inverse' illustreert een opgave bij het subdomein B4 (Inverse functies).

Een gebroken functie en zijn inverse

De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = 4 - \frac{4}{x+1}$ en $g(x) = \frac{x}{4-x}$.

In de figuur zijn de grafieken van f en g weergegeven.

figuur



De functie g is de inverse van f .

4p 10 Bewijs dit.

7. Vwo wiskunde C

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde C vwo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde C (huidig en nieuw) wordt beschreven wat behoort tot het CE en tot het SE waarna uitvoerig per (sub)domein wordt ingegaan op de aard en inhoud van de veranderingen. Het hoofdstuk sluit af met enkele examenopdrachten die de vernieuwingen illustreren.

Examenprogramma vwo C 2007	Examenprogramma vwo C 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Informatievaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Onderzoeksvaardigheden	A2 Profielspecifieke vaardigheden
A3 Technisch-instrumentele vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
A4 Oriëntatie op studie en beroep	
A5 Algebraïsche vaardigheden	
Domein Bg Functies en grafieken	Domein B Algebra en tellen
Bg1 Standaardfuncties	B1 Rekenen en algebra
Bg2 Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	B2 Telproblemen*
Domein Cg Discrete analyse	Domein C Verbanden
Cg1 Veranderingen	Domein D Veranderingen
Cg2 Rijen en recurrente betrekkingen	
Domein Eg Combinatoriek en kansrekening	Domein E Statistiek (SE)
Eg1 Combinatoriek	E1 Probleemstelling en onderzoeksontwerp
Eg2 Kansen	E2 Visualisatie van data
Eg3 Rekenen met kansen	E3 Kwantificering
Eg4 Speciale discrete verdelingen	E4 Kansbegrip
Domein Ea Grafen en matrices	E5 Kansverdelingen
Ea1 Grafen	E6 Statistiek en ICT
Ea2 Matrices	
Domein Fa Statistiek en kansrekening	Domein F Logisch redeneren
Fa1 Populatie en steekproef	Domein G Vorm en ruimte
Fa2 Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens	
Fa3 Kansverdelingen	
Domein G Keuzeonderwerpen	Domein H Keuzeonderwerpen (SE)

*In het centraal examen van 2018 en 2019 zullen GEEN vragen gesteld worden over subdomein B2. Het onderwerp mag wel worden getoetst in het SE, maar dat is niet verplicht. Vanaf het CE van 2020 kunnen er wel vragen worden gesteld over subdomein B2.

7.1 Het centraal examen vwo wiskunde C

Het centraal examen bij het nieuwe programma heeft betrekking op de domeinen B, C, D, F en G in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

7.2 Het schoolexamen vwo wiskunde C

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A, E en H.

Conform het examenbeleid wordt ongeveer 40% van de studielast aangewezen voor toetsing in uitsluitend het schoolexamen. Bij wiskunde C vwo betreft dit domein E (Statistiek en kansrekening) en domein H (Keuzeonderwerpen).

7.3 Veranderingen bij de invoering

Binnen het nieuwe wiskunde C nemen contexten die passen in het C&M profiel een belangrijke plaats in. De nadruk ligt minder op het reproduceren van technieken en meer op de functie, de cultuurhistorische rol en de waarde van wiskunde in onze maatschappij.

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014e).

Domein A Vaardigheden (2007) → Domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn geherdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door CTWO (2007)genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Het 2015 programma heeft een nieuw domein B Algebra en tellen

Het bestaat uit de subdomeinen:

- Subdomein B1: Rekenen en algebra
 - In dit subdomein gaat het om basisberekeningen met getallen en variabelen (rekenregels, inclusief die van machten en wortels, werken met haakjes, expressies herleiden, verhoudingen, percentages en breuken, werken met grootheden, samengestelde grootheden en maatsystemen en eenheden omrekenen).
- Subdomein B2: Telproblemen
 - Dit het subdomein Eg1 Combinatoriek uit het 2007 programma; er hebben herformuleringen plaatsgevonden maar inhoudelijk is er nauwelijks iets veranderd.

Domein B Functies en grafieken (2007) → Domein C Verbanden (2015)

- Dit nieuwe domein C Verbanden heeft veel overeenkomsten met het oude domein B Functies en grafieken maar dit alles in een minder formeel en abstract kader en meer gericht op het toepassen van wiskundige vaardigheden in diverse toepassingen en situaties.
- Het begrip functie wordt nog wel genoemd in de globale eindtermen maar niet in de specificaties. Daar wordt, evenals in de centrale examens, alleen nog maar gesproken over Verbanden.
- In de specificaties worden de verbanden die gekend moeten worden nu expliciet genoemd bij de parate kennis evenals de karakteristieke eigenschappen ervan.
- De begrippen domein en bereik, nulpunt, extreem, verticale – en horizontale asymptoot hoeven niet gekend te worden. Wel moeten leerlingen de activiteit, om asymptotisch gedrag te onderzoeken, beheersen.

- Lineaire vergelijkingen moeten in een probleemsituatie algebraïsch kunnen worden opgelost; alle andere vergelijkingen, evenals ongelijkheden, mogen worden opgelost met de grafische rekenmachine of met (verschillende manieren van) representaties.
- Nieuw zijn eindtermen met:
 - de regel $\sqrt[p]{x} = x^{\frac{1}{p}}$,
 - recht evenredig $y = a \cdot x$ en omgekeerd evenredig $y = \frac{a}{x}$,
 - bij de formules $y = a \cdot x + b$, $y = b \cdot g^x$, $y = a \cdot x^p$ en $y = {}^g \log(x)$ de variabele x uitdrukken in y ,
 - periodieke verschijnselen beschrijven met periode, amplitude en evenwichtswaarde,
 - lineair interpoleren en extrapoleren en trends,
 - verdubbelingstijd en halveringstijd.

Domein Cg Discrete analyse (2007) → Domein D Veranderingen

Van het domein Cg Discrete analyse is vervallen:

- veranderingen beschrijven met differenties zoals bijvoorbeeld Δx ,
- toenamediagrammen,
- differentiequotiënten (zowel berekenen als gebruiken en interpreteren (2007 specificaties 8.6 t/m 8.9),
- hellinggrafiek (8.10 en 8.11),
- helling numeriek benaderen.

Verder is een tweetal termen uit het 2007 SE subdomein Cg2 Rijen en recurrente betrekkingen ondergebracht bij dit CE domein D.

Het nieuwe domein D Veranderingen heeft een veel minder formeel karakter met hierin:

- hellingen grafisch kunnen benaderen,
- stijgend, dalend en of stijging/daling toenemend of afnemend is,
- veranderingsgedrag van verbanden herkennen en beschrijven met behulp van hun grafieken, tabellen en formules,
- de gemiddelde verandering op een interval kunnen berekenen,
- termen kunnen berekenen van een rij getallen die gegeven is door een directe of een recursieve formule,
- een directe formule of recursieve formule kunnen opstellen van een rij getallen waarvan gegeven is dat deze hoort bij een lineair of exponentieel verband.

Het domein Ea Grafen en matrices (2007, alleen SE) is geheel komen te vervallen

Domein Eg Combinatoriek en kansrekening:

De kansrekening (subdomeinen Eg2 t/m Eg4, 2007) is in het programma van 2015 geen onderdeel meer van het CE. In het nieuwe examenprogramma is het nieuwe subdomein E4 Kansbegrip wel verplicht binnen het SE.

Domein Fa Statistiek en kansrekening (2007) → Domein E Statistiek en kansrekening (2015)
 Statistiek en kansrekening (subdomeinen Fa1 t/m Fa4) is geen onderdeel meer van het CE. In het nieuwe examenprogramma is het wel verplicht binnen het SE deel. De opzet van de statistiek is grondig gewijzigd (gebaseerd op de empirische cyclus: data verzamelen - data verwerken - conclusies trekken en het werken met grote datasets) maar onderwerpen als kansverdelingen (binomiaal en normaal) en hypothese toetsen zijn gebleven. De syllabuscommissie heeft zich niet gebogen over de specificaties bij dit domein omdat het een SE onderdeel betreft. In het ontwerpprogramma van cTWO (2012) bestaat Domein E Statistiek en kansrekening uit de subdomeinen:

- Subdomein E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp
- Subdomein E2: Visualisatie van data
- Subdomein E3: Kwantificering
- Subdomein E4: Kansbegrip
- Subdomein E5: Kansverdelingen
- Subdomein E6: Statistiek met ICT

Bij deze subdomeinen heeft cTWO ook specificaties voorgesteld. Deze zullen een richtlijn zijn voor de uitgevers van leermiddelen en de handreikingen van SLO die in 2015 zullen verschijnen.

Verder heeft het 2015 programma van wiskunde C twee geheel nieuwe CE domeinen:

- Domein F Logisch redeneren
 - De globale eindterm luidt: De kandidaat kan logische redeneringen analyseren op correct gebruik.
 - In dit domein worden logisch-wiskundige aspecten gekoppeld aan correctheid van redeneringen en het trekken van conclusies zoals in het maatschappelijk debat.
 - Enkele logische symbolen moeten worden gekend evenals de begrippen contradictie en paradox. Deze moeten worden herkend en beschreven kunnen worden.
 - Er moet gewerkt kunnen worden met Venndiagrammen.
 - Hoe de globale eindterm verder is uitgewerkt: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014e).
- Domein G Vorm en ruimte
 - De globale eindterm luidt: *De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en basis daarvan conclusies trekken over dit object.*
 - Belangrijk is de hieraan toegevoegde opmerking:
 - *Bij het hanteren van de begrippen en methoden uit dit domein worden de probleemsituaties bij voorkeur gekozen in beeldende, architectonische en kunsthistorische context.*
 - In de specificaties blijkt dat de oppervlakte van rechthoek, driehoek en cirkel berekend moet kunnen worden en ook de inhoud van balk, prisma, cilinder, piramide en kegel.
 - Er moet met schaalvergroting gerekend kunnen worden.
 - Er moeten éénpuntperspectief- en tweepuntperspectieftekeningen van een balk gemaakt kunnen worden.
 - Er moeten aanzichten gemaakt kunnen worden van balk, piramide en prisma.
 - Er moet gewerkt kunnen worden met symmetrie en gelijkvormigheid.
 - Hoe de globale eindterm verder is uitgewerkt: zie de nieuwe syllabus (CvTE, 2014).

Verder wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

7.4 Voorbeelden uit pilotexamens vwo wiskunde C

De opgave Schaatskunst (pilotexamen vwo wiskunde C 2012, 1e tijdvak) is een voorbeeldopgave bij het nieuwe domein F (Logisch redeneren)

Schaatskunst

In 2010 stond in NRC Handelsblad een klein artikel dat hiernaast is afgedrukt.

In deze opgave bekijken we de discussie tussen de meisjes. Daarvoor modelleren we deze discussie:
Er zijn twee vriendinnen, vriendin 1 en vriendin 2, die de schrijfster van het artikel tegenkomen.

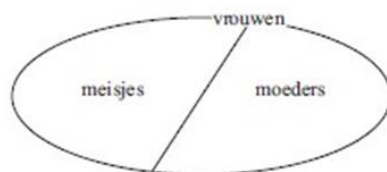
Citaat 1: vriendin 1 vraagt aan de schrijfster: "Ben jij een moeder?"

Citaat 2: vriendin 2 zegt: "Ze is een moeder omdat ze geen bochtjes kan."

Citaat 3: vriendin 1 zegt: "Dat kun je pas zeggen als je alle moeders kent en wanneer alle moeders geen bochtjes kunnen."

Citaat 4: vriendin 1 zegt bovendien: "Dat kun je niet zeggen want wij zijn meisjes en kunnen ook geen bochtjes."

Uit het artikel volgt dat er op de schaatsbaan blijkbaar maar twee verschillende soorten vrouwen zijn: moeders en meisjes.
Dat zie je hieronder in een Venndiagram weergegeven.



We gaan er steeds van uit dat iedere vrouw kan schaatsen.

ik@nrc.nl

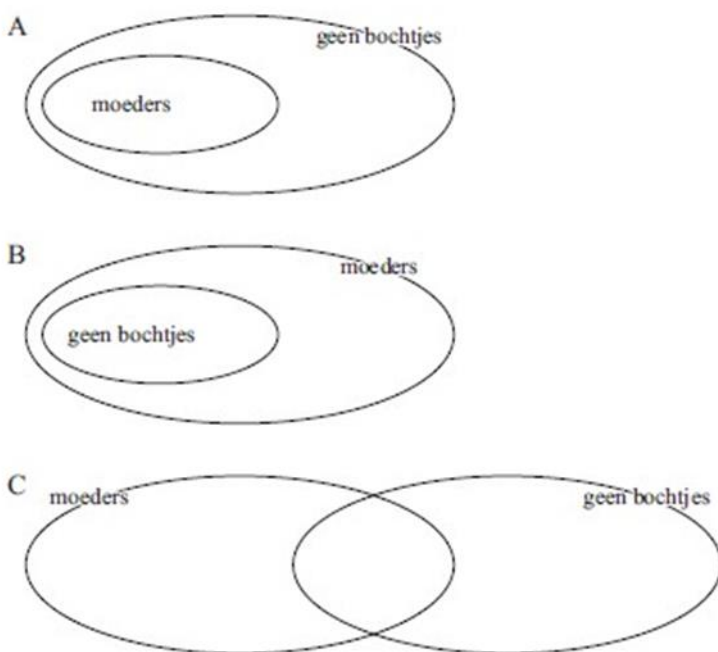
Schaatskunst

Het schaatsseizoen is weer begonnen. Rechttuit gaat wel, bochtjes oefen ik ieder jaar alsof het voor het eerst is. Ik help een meisje met haar veters. Als we elkaar weer tegenkomen vraagt ze of ik een meisje ben of moeder. Haar vriendinnetje onderbreekt haar: "Ze is een moeder. Ze kan wel schaatsen, maar geen bochtjes, net als mijn moeder." Het is even stil. Dan zegt de ander: "Dat kan je pas zeggen wanneer je alle moeders kent en wanneer alle moeders wel kunnen schaatsen, maar geen bochtjes. En trouwens wij zijn meisjes en kunnen ook geen bochtjes". Vriendinnetje zucht: "Jij maakt ook altijd alles ingewikkeld!"

MARGREET VAN SCHIE

2p 20 Geef de redenering van citaat 2 in de vorm "Als ... dan ..."

Hieronder staan 3 verschillende Venndiagrammen. Een daarvan past bij citaat 2.



- 2p 21 Welke van de Venndiagrammen A, B of C past bij citaat 2? Licht je antwoord toe.

In citaat 4 gaat vriendin 1 tegen de uitspraak van citaat 2 in.

- 2p 22 Toon aan dat dit argument van citaat 4 voldoende is om de uitspraak van vriendin 2 in citaat 2 te weerleggen.

We kijken nu naar citaat 3 van vriendin 1. Stel dat de volgende bewering geldt: "Alle moeders kunnen geen bochtjes."

- 3p 23 Formuleer deze bewering weer in een 'Als ... dan ...'-vorm en onderzoek of deze bewering de uitspraak van citaat 2 bevestigt.

De opgave Gelijke volumes (pilotexamen 2013, 1e tijdvak) is een illustratie van een opgave bij het nieuwe domein G (Vorm en ruimte) maar ook met vragen bij domein C (Verbanden), onder andere herleiden van een formule als voorbeeld van een algebraïsche activiteit.

Gelijke volumes

foto



Op de foto zie je een kunstwerk bestaande uit een zuil, een kubus en een plaat. Het heet *Drie gelijke volumes*, omdat de drie objecten dezelfde inhoud hebben.

De lengte, hoogte en breedte van de kubus zijn 1 m. De zuil is 4 m hoog en de lengte en breedte van de zuil zijn aan elkaar gelijk.

- 10 Bereken de lengte en de breedte van de zuil.

Op de uitwerkbijlage zie je een grotere foto van het kunstwerk.

- 11 Geef op de uitwerkbijlage op de zuil aan op welke hoogte de foto genomen werd en bereken deze hoogte. Rond je antwoord af op gehele dm.

Op de uitwerkbijlage bij vraag 12 moet de plaat in perspectief getekend worden. De afmetingen van de plaat zijn 200 bij 200 bij 25 cm. Als begin is een deel van de onderkant van de plaat in perspectief getekend, namelijk vierkant $ABCD$ van 100 bij 100 cm.

- 12 Maak een perspectieftekening van de hele plaat op de uitwerkbijlage, zodanig dat punt C het hoekpunt van de onderkant van de plaat is dat rechtsachter ligt.

Het kunstwerk bestaat uit 3 voorwerpen (plaat, kubus, zuil) met elk een vierkant grondvlak en een inhoud van 1 m^3 . Het is ook mogelijk om een hele serie van zulke voorwerpen te maken.

Stel, we noemen de plaat voorwerp nummer 1 en we maken van elk volgend voorwerp in de serie de hoogte steeds 25 cm hoger. Het grondvlak moet steeds vierkant zijn en de inhoud steeds 1 m^3 . Voor de hoogte van een voorwerp geldt de volgende formule: $h = 25n$. Hierbij is h de hoogte in cm en n het nummer van het voorwerp. De kubus is nu het voorwerp met nummer 4.

- 13 Bereken welk nummer de zuil heeft in deze serie.

Noem de lengte in cm van een zijde van het vierkante grondvlak van een voorwerp uit deze serie l . Omdat de inhoud van elk voorwerp uit deze serie gelijk is aan 1 m^3 , dus gelijk is aan $1\,000\,000 \text{ cm}^3$, geldt nu het volgende:

$$l^2 \cdot h = 1\,000\,000$$

Uitgaande van deze formule kan men een formule opstellen waarin l wordt uitgedrukt in n .

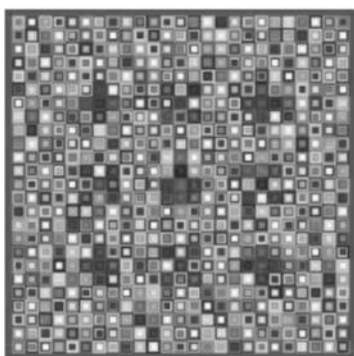
- 14 Stel deze formule op.

De opgave Vierkanten (pilotexamen 2013, 1e tijdvak) is een illustratie van een opgave bij het subdomeinen B2 (Telproblemen) en domein D (Veranderingen).

Vierkanten

Op de foto hieronder zie je een kunstwerk van Margaret Kepner, dat opgebouwd is uit 25 bij 25 vierkanten. Elk van deze vierkanten bestaat uit een klein vierkant en drie vierkante 'randen' eromheen. Elk van deze vier onderdelen kan wit, lichtgrijs, middelgrijs, donkergrijs of zwart zijn. In figuur 1 en figuur 2 zie je hier voorbeelden van. De vier onderdelen van het vierkant van figuur 1 zijn van buiten naar binnen respectievelijk donkergrijs, zwart, wit en lichtgrijs. Eenzelfde kleur kan ook meer keren voorkomen: zie figuur 2. En verder voor de duidelijkheid: twee onderdelen naast elkaar mogen ook dezelfde kleur hebben.

foto



figuur 1



figuur 2



- 18 Bereken hoeveel verschillende vierkanten er op deze manier gemaakt kunnen worden.

De vierkanten stellen getallen voor. De kleuren corresponderen met cijfers: wit = 0, lichtgrijs = 1, middelgrijs = 2, donkergrijs = 3 en zwart = 4. Het cijfer van de buitenste rand moet vermenigvuldigd worden met 125, dat van de rand daarbinnen met 25, dat van de binnenste rand met 5 en dat van het binnenste vierkant met 1. In figuur 1 is dus het getal $3 \times 125 + 4 \times 25 + 0 \times 5 + 1 \times 1 = 476$ weergegeven.

Figuur 2 bevat behalve de kleuren zwart en wit ook nog de kleur lichtgrijs.

- 19 Bereken op dezelfde manier welk getal in figuur 2 afgebeeld is.

In het kunstwerk komen alle getallen van 0 tot en met 624 precies één keer voor. Deze getallen zijn zó gerangschikt dat, als je alle getallen in een rij bij elkaar optelt, dit steeds hetzelfde getal oplevert: het **magische getal**. Ook als je alle getallen in een kolom bij elkaar optelt, komt ditzelfde magische getal er uit. In figuur 3 zie je hiervan een voorbeeld voor een kunstwerk van 3 bij 3 getallen: het magische getal is hier 12.

figuur 3

5	0	7
6	4	2
1	8	3

Het magische getal van het kunstwerk kan men berekenen door alle getallen van 0 tot en met 624 bij elkaar op te tellen en de uitkomst vervolgens te delen door het aantal rijen: elke rij moet immers bij optellen hetzelfde getal opleveren.

Voor een rij getallen zoals in dit kunstwerk geldt de volgende formule:

$$\text{som} = 0,5 \cdot \text{aantal termen} \cdot (\text{eerste term} + \text{laatste term})$$

- 20 Bereken met behulp van de bovenstaande formule het magische getal van het kunstwerk.

In het algemeen geldt voor een kunstwerk van p bij p getallen waarin elk getal van 0 tot en met $p^2 - 1$ precies één keer voorkomt, de volgende formule voor het magische getal:

$$\text{magisch getal} = 0,5 \cdot p \cdot (p^2 - 1)$$

Deze formule voor het magische getal is af te leiden door gebruik te maken van het volgende:

- Voor de som van alle getallen in het kunstwerk geldt de formule $\text{som} = 0,5 \cdot \text{aantal termen} \cdot (\text{eerste term} + \text{laatste term})$
- Het aantal termen is p^2 (dit is namelijk gelijk aan het aantal getallen in een kunstwerk van p bij p getallen)
- De eerste term is 0, de laatste term is $p^2 - 1$
- Het magische getal is gelijk aan de som van alle getallen in het kunstwerk gedeeld door het aantal rijen.

- 21 Laat zien hoe je met behulp van het bovenstaande de formule $\text{magisch getal} = 0,5 \cdot p \cdot (p^2 - 1)$ kunt afleiden.

Voor een expositie wil een andere kunstenaar een werk maken vergelijkbaar met dat van Margaret Kepner van hierboven. Dit kunstwerk is een stuk kleiner en moet opgebouwd zijn uit p bij p vierkantjes die verschillende getallen voorstellen. De kunstenaar wil weten bij welke waarden van p het magische getal van zo'n kunstwerk ligt tussen 500 en 1000.

- 22 Bereken voor welke waarden van p dat het geval is.

8. Vwo wiskunde D

Dit hoofdstuk beschrijft de verschillen tussen het huidige en nieuwe examenprogramma voor wiskunde D havo. Na een tabel met een opsomming van de (sub)domeinen van wiskunde D (huidig en nieuw) wordt beschreven wat per (sub)domein is veranderd.

Oude examenprogramma vwo D 2007	Nieuwe examenprogramma vwo D 2015
Domein A Vaardigheden	Domein A Vaardigheden
A1 Algemene vaardigheden	A1 Algemene vaardigheden
A2 Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden	A2 Profiel specifieke vaardigheden
A3 Wiskundige vaardigheden	A3 Wiskundige vaardigheden
Domein B Kansrekening en statistiek	Domein B Kansrekening en statistiek
B1 Combinatoriek	B1 Combinatoriek
B2 Kansrekening	B2 Kansrekening
B3 Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens	B3 Toevalsvariabelen
B4 Kansverdelingen	B4 Kansverdelingen
B5 Het toetsen van hypothesen	B5 Het toetsen van hypothesen
B6 Profielspecifieke verdieping	B6 Correlatie en regressie
Domein C Dynamische modellen	B7 Profielspecifieke verdieping
C1 Discrete dynamische systemen	Domein C Dynamische modellen
C2 Continue dynamische systemen	C1 Discrete dynamische systemen
C3 toepassingen van discrete en continue dynamische systemen	C2 Continue dynamische systemen
	C3 Toepassingen van discrete en continue dynamische systemen
Domein D Meetkunde	Domein D Meetkunde
D1 Oriëntatie op analytische en synthetische methoden	D1 Analytische en synthetische methoden
D2 Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies	D2 Kegelsneden: synthetisch in coördinaten
D3 Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten	D3 Ruimte
D4 Parametrisering	D4 Toepassingen en ICT
D5 De ruimte	
D6 Toepassing en ICT	
Domein E Complexe getallen	Domein E Complexe getallen
E1 Basisoperaties	E1 basisoperaties
E2 Profielspecifieke verdieping	E2 Profielspecifieke verdieping
Domein F Dynamische modellen 2	
Domein G Wiskunde in wetenschap	Domein F Wiskunde in wetenschap
Domein H Keuzeonderwerpen	Domein G Keuzeonderwerp

Vwo wiskunde D bestaat alleen uit een schoolexamen

8.1 Veranderingen bij de invoering

Hieronder de belangrijkste veranderingen, voor de details: zie de handreiking die de SLO in januari 2015 zal uitbrengen en het rapport “Denken en doen” (cTWO, 2012).

Domein A Vaardigheden (2007) → Domein A Vaardigheden (2015)

De subdomeinen A1, A2, A3, A4 en A5 zijn geherdefinieerd in A1 (Algemene vaardigheden), A2 (Profielspecifieke vaardigheden) en A3 (Wiskundige vaardigheden), waarbij de door cTWO (2007) genoemde, wiskundige denkactiviteiten expliciet genoemd worden in subdomein A3.

Domein B Kansrekening en statistiek

Subdomein B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens is vervallen.

Domein C Dynamische modellen 1

Geen wijzigingen.

Domein D Meetkunde

Subdomein D2 (Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies) is vervallen (verhuisd naar wiskunde B).

Domein E Complexe getallen

Geen wijzigingen.

Domein F Dynamische modellen 2

Dit domein is in zijn geheel vervallen.

Wat is nieuw in het programma?

- De opdeling in subdomeinen van het domein *Kansrekening en statistiek* is licht gewijzigd en er zijn enkele accentverschillen aangebracht. Bovendien is het onderwerp correlatie en regressie toegevoegd, net als het begrip variantie, terwijl het statistisch verwerken van gegevens is verdwenen.
- Het domein *Dynamische modellen* heet nu *Dynamische systemen*. De domeinbeschrijving is hetzelfde.
- De analytische vlakke meetkunde is naar Wiskunde B gegaan (zie aldaar). Er is een onderdeel toegevoegd waarin kegelsneden synthetisch worden geanalyseerd. Het subdomein *De ruimte* is nader gespecificeerd; zo wordt bijvoorbeeld het uitproduct voorgeschreven.
- Aan het domein *Complexe getallen* is een zinsnede toegevoegd; leerlingen moeten een relatie kunnen leggen met de vlakke meetkunde.

9. Examenwerkwoorden

			havo			vwo		
	woord	toelichting		A	B	C	A	B
1	aantonen	Een redenering en/of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.		x	x	x	x	x
2	afleiden (van een formule)	Een redenering en/of berekening waaruit de juistheid van een formule blijkt. In het algemeen geldt dat de formule controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.		x	x	x	x	x
3	aflezen	Het antwoord is voldoende.		x	x	x	x	x
4	algebraïsch	Stap voor stap, zonder gebruik te maken van specifieke opties en de grafische mogelijkheden van de grafische rekenmachine; tussenantwoorden en het eindantwoord mogen benaderd worden.			x			x
5	bepalen	De wijze waarop het antwoord gevonden wordt is vrij; een toelichting is vereist.		x	x	x	x	x
6	berekenen	De wijze van berekenen is vrij; een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van berekenen.		x	x	x	x	x
7	beredeneren	Een redenering waaruit de juistheid van het gestelde blijkt.		x	x	x	x	x
8	bewijzen	Een redenering en/of exacte berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.			x			x
9	exact	Stap voor stap, zonder gebruik te maken van specifieke opties en de grafische mogelijkheden van de grafische rekenmachine; de antwoorden mogen niet benaderd worden.			x			x
10	herleiden (van een formule)	Een formule stap voor stap herschrijven in een gelijkwaardige vorm.		x	x	x	x	x

			havo			vwo		
	woord	toelichting		A	B	C	A	B
11	onderzoeken	De aanpak is vrij, een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van onderzoeken.		x	x x	x	x	x x
12	oplossen	De wijze van oplossen is vrij; een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van oplossen.		x	x x	x	x	x x
13	schatten	De wijze van schatten is vrij; een toelichting is vereist.		x	x	x	x	x
14	schetsen van een grafiek	Een schets van een grafiek moet voor de probleemsituatie relevante karakteristieke eigenschappen van de grafiek bevatten.		x	x	x	x	x
15	tekenen van een grafiek	Een tekening van een grafiek moet, naast een assenstelsel met een schaalverdeling, de voor de probleemsituatie relevante karakteristieke eigenschappen van de grafiek bevatten. De tekening van de grafiek moet nauwkeurig zijn.		x	x	x	x	x

10. Literatuur

cTWO. (2007). *Rijk aan betekenis*. Utrecht: Universiteit Utrecht.

cTWO. (2012). *Denken & doen: wiskunde op havo en vwo per 2015*. Utrecht: Universiteit Utrecht.

CvTE. (2014a). Syllabus wiskunde A havo 2015. Utrecht: CvTE.

CvTE. (2014b). Syllabus wiskunde A vwo 2015. Utrecht: CvTE.

CvTE. (2014c). Syllabus wiskunde B havo 2015. Utrecht: CvTE.

CvTE. (2014d). Syllabus wiskunde B vwo 2015. Utrecht: CvTE.

CvTE. (2014e). Syllabus wiskunde C vwo 2015. Utrecht: CvTE.

Devlin, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. Palo Alto, CA: Keith Devlin.

Drijvers, P. (in voorb.). Kernaspecten van wiskundig denken. *Euclides*, 90, 5

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. London: Addison-Wesley.

Streun, A. van (2014). *Onderwijzen en toetsen van wiskundige denkactiviteiten: implementatie examenprogramma's havo-vwo 2015*. Enschede: SLO.

SLO heeft als nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling een publieke taakstelling in de driehoek beleid, praktijk en wetenschap. SLO heeft een onafhankelijke, niet-commerciële positie als landelijke kennisinstelling en is dienstbaar aan vele partijen in beleid en praktijk.

Het werk van SLO kenmerkt zich door een wisselwerking tussen diverse niveaus van leerplanontwikkeling (stelsel, school, klas, leerling). SLO streeft naar (zowel longitudinale als horizontale) inhoudelijke samenhang in het onderwijs en richt zich daarbij op de sectoren primair onderwijs, speciaal onderwijs en voortgezet onderwijs. De activiteiten van SLO bestrijken in principe alle vakgebieden.

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
E info@slo.nl
www.slo.nl

 [company/slo](https://www.linkedin.com/company/slo)

 [@slocommunicatie](https://twitter.com/slocommunicatie)

slo