



Opstroommodules
van vmbo g/tl naar
havo 4 voor het vak
wiskunde

Leerlingenboekje

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling



Opstroommodules van vmbo g/tl naar havo 4 voor het vak wiskunde

Leerlingenboekje

2^e gew. dr.

April 2012

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording



2012 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Mits de bron wordt vermeld, is het toegestaan zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren en/of verspreiden en om afgeleid materiaal te maken dat op deze uitgave is gebaseerd.

Auteur: Harm van Son

Eindredactie: Nico Alink, Jos Tolboom

Informatie

SLO

Afdeling: tweede fase

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 661

Internet: www.slo.nl

E-mail: tweedefase@slo.nl

AN: 3.0127.492

Inhoud

Voorwoord	5
Leercontract	7
1. Inleiding	9
2. Werken aan de module	11
Blok 1 Algebra en rekenen	13
Rekenen	14
Letterrekenen	17
Diagnostische toets bij blok 1	21
Blok 2 Verbanden	23
Lineaire verbanden	24
Kwadratische verbanden	29
Exponentiële verbanden	32
Diagnostische toets bij blok 2	35
Blok 3 Vergelijkingen en ongelijkheden	37
Lineaire vergelijkingen	38
Kwadratische vergelijkingen	43
Lineaire ongelijkheden	48
Kwadratische ongelijkheden	49
Diagnostische toets bij blok 3	55
Blok 4 Meetkunde	57
Vergrotingen en verkleiningen	58
Goniometrische verhoudingen	62
Diagnostische toets bij blok 4	68
Blok 5 Statistiek	71
Klassen en klassenindeling	72
Afronden, procentuele toe- en afname	73
Interpoleren en extrapoleren	75
Diagnostische toets bij blok 5	78
Nawoord	79
Certificaat	81

Voorwoord

Beste leerling,

Jij wilt na je examen graag door naar havo-4. Dat is een heel mooi streven. Dat noemen ze ook wel: opstromen; immers, je gaat naar een schooltype dat meer van je verwacht dan je op de theoretische leerweg van het vmbo hoefde te laten zien.

Deze opstroommodule is gemaakt om je op het vak wiskunde voor te bereiden en je een beetje te testen. De module bereidt je voor door oude leerstof even te herhalen en nieuwe leerstof die je voor havo-4 nodig hebt, aan te bieden. De inhoud test je op wat je aan leerstof aankunt en op de manier waarop je ermee omgaat: zelfstandig en zelfverantwoord leren. Met andere woorden: als deze module je slecht afgaat, ga dan nog eens goed bij jezelf na of je er wel goed aan doet om bij die overstap het vak wiskunde te gaan volgen. En praat daarover met je mentor, docent of decaan.

Deze module is een verbeterde versie van een opstroommodule uit 2002 en is gemaakt door enkele medewerkers van SLO, nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling in Enschede. Zij willen graag van je weten wat je van deze module vindt. Dat kan betrekking hebben op de indeling, de lay-out of op de inhoud. Als er iets in je opkomt waarvan jij denkt: dat is zinvol om aan de makers te melden, stuur dan een mail naar: tweedefase@slo.nl.

Wij wensen je veel succes met je werk, je examen en je overstap naar havo-4.

Nico Alink en Jos Tolboom (eindredactie)

Leercontract

De leerling:

van klasvan

.....(school)

zet alle energie in die nodig is om de opstroommodule wiskunde te maken en wel op de wijze waarop dat daarin vermeld wordt:

1. het bestuderen van de leerstof;
2. het uitvoeren van de opgaven;
3. het maken van de diagnostische toets;
4. het schrijven van korte verslagen over de ervaringen;
5. het maken van de eindtoetsen.

De leerling begint er op 20..... aan en belooft de module

afgerond te hebben op 20.....

De leerling laat op de volgende vier data zien hoever hij/zij is gevorderd met de opstroommodule:

1. om uur in lokaal

2. om uur in lokaal

3. om uur in lokaal

4. om uur in lokaal

Op maakt de leerling de eindtoets.

Hij/zij krijgt daarvan binnen één week de uitslag van

.....

De leerling heeft dit contract getekend in aanwezigheid van de docent/decaan

.....

De leerling wordt bij het maken van de opstroommodule begeleid door de docent/decaan

.....

.....

.....

Handtekening docent/decaan

Handtekening leerling

P.S: Maak twee kopieën van dit contract, één voor je docent/decaan en één voor je ouders/verzorgers.



In België vragen winkeliers op deze wijze om stagiairs. De stagiairs sluiten een leercontract voor de periode waarin zij werken en leren combineren.

1. Inleiding

Deze module is gemaakt om je kennis te laten maken met het vak wiskunde, zoals je dat op havo 4 gaat krijgen. Rekening houdend met je voorkennis is deze module een leidraad om te kijken of jij het vak wiskunde op het havo zou kunnen.

Als havo-leerling wordt ervan uitgegaan dat je goed kunt rekenen met letters en breuken. Daarbij mag je natuurlijk gebruik maken van je rekenmachine. Daarover gaat blok 1. In blok 2 word je voorbereid op het werken met lineaire, kwadratische en exponentiële verbanden. Natuurlijk sluiten de opgaven aan bij de kennis die je al hebt over deze onderwerpen.

In blok 3 komen de lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden aan bod. Je kunt deze vergelijkingen oplossen als je een aantal denkstappen kunt maken. Dat is belangrijk en daar ga je dus uitgebreid mee oefenen. De meetkunde in blok 4 vraagt om nauwkeurig rekenwerk, gecombineerd met ruimtelijk inzicht. Je komt in dit blok de stelling van Pythagoras tegen, maar vanzelfsprekend blijft het daar niet bij.

Het laatste blok gaat over statistiek. Je leert in dit blok hoe je grote aantallen getallen op een overzichtelijke manier kunt verwerken. De module wordt afgesloten met een eindtoets.

In deze module ga je niet alleen je kennis van het vak wiskunde verdiepen. Je gaat ook zelfstandiger werken en leren, met meer eigen verantwoordelijkheid. Dit houdt in dat de docent je minder begeleidt in wat je moet doen. Je voert dus niet alleen een taak of opdracht uit, maar je oefent ook hoe je je taak of opdracht moet plannen en hoe je op fouten terugkijkt.

In elk blok vind je na de leerstof een diagnostische toets. Via de opdrachten in deze toets kun je nog eens extra oefenen. Maar deze toets is ook bedoeld om te kijken of je de leerstof goed begrepen hebt. Als je merkt dat je een bepaalde opdracht slecht gemaakt hebt, is het belangrijk dat je nog eens opnieuw naar de uitleg en de opdrachten in de module kijkt.

Op de volgende pagina gaan we kijken hoe deze module in elkaar zit.

2. Werken aan de module

Opzet

Deze module bestaat uit vijf blokken leerstof. Elk blok is onderverdeeld in een aantal paragrafen.

Elk blok begint met een korte introductie van het onderwerp. Het gaat daarbij altijd om een voorbeeld, waar je zelf ook wel eens mee te maken hebt. Verder kun je aan het begin van elk blok lezen wat je gaat leren.

In de paragrafen vind je afwisselend opdrachten en uitleg. In de uitleg wordt soms leerstof herhaald. Je moet dan maar eens goed nagaan of je nog weet wat er uitgelegd wordt. Door het maken van de opdrachten kom je daar wel achter. Het kan ook zijn dat er in de uitleg nieuwe leerstof wordt aangeboden. Als dit het geval is, gebeurt dat altijd in kleine stapjes en met veel opdrachten erbij om je te laten oefenen.

Elk blok wordt besloten met een afsluitende opdracht. Dit is een opdracht waarin een probleem uit het dagelijks leven wordt gepresenteerd. Vaak zie je heel veel tekst in de opdracht. Ook moet je verschillende onderdelen uit de leerstof van het blok toepassen bij het oplossen van de opdracht. Ten slotte word je gevraagd een kort verslagje te schrijven over je ervaringen met het werken aan de module.

Je zult zien dat elk onderdeel van het blok aangegeven wordt met een apart symbool. Je zult deze symbolen snel herkennen!

Tijd

De tijd die je mag besteden aan de blokken is als volgt verdeeld:

Blok 1	Algebra en rekenen	4 uur
Blok 2	Verbanden	6 uur
Blok 3	Vergelijkingen en ongelijkheden	8 uur
Blok 4	Meetkunde	8 uur
Blok 5	Statistiek	4 uur

De totale studielast is dus 30 uur, daarna volgt nog de afsluitende eindtoets van ongeveer 2 uur.

Contract

Wanneer je deelneemt aan de module vul je samen met je docent/mentor het ingesloten leercontract in. Jij bewaart het origineel van het contract, de kopie gaat naar de docent/mentor en je ouders/verzorgers krijgen een tweede kopie.

Wanneer werk je aan de module?

Het is de bedoeling dat je de module zelfstandig doorwerkt. Je maakt daarvoor gebruik van tussenuren of uitgevallen lessen. Je maakt eerst blok 1 en daarna in volgorde van nummering de volgende blokken.

Afronding van een blok

Na elk blok vind je een diagnostische toets en de opdracht voor het schrijven van een kort verslag over je ervaringen. Wanneer je naar aanleiding van de toets en het verslag niet goed weet hoe je je leerresultaten in een volgend blok kunt verbeteren of hoe je je werkaanpak kunt veranderen, neem je contact op met je docent of mentor.

Wanneer je een blok af hebt, haal je een correctiesleutel op bij je docent of mentor en laat je je docent/mentor het nagekeken blok aftekenen op zijn aftekenlijstje.

Eindtoets

Aan het eind van de hele module krijg je een eindtoets voorgelegd. Een eindtoets is een open-boek-toets. Deze betreft toetsing van de hele module. Je kunt bij de docent om deze toets vragen.

Certificaat

Als je deze module hebt afgewerkt, inclusief de toets, krijg je een certificaat voor het geleverde werk en wordt hiervan melding gemaakt in je examendossier of je toekomst- of loopbaandossier.

Apart schrift

Voor het maken van alle opdrachten in blok 1 tot en met 5 is een schrift nodig. Dit schrift gebruik je alleen voor dit werk.

Wanneer je deze opstroommodule wiskunde maakt op de computer, maak dan een bestand aan onder vermelding van bijvoorbeeld *opstroommodule wiskunde blok 1* enzovoort.

Blok 1 Algebra en rekenen

Intro!!



In dit blok gaan we rekenen met breuken en letters. Als je straks in de bovenbouw van het havo zit, ga je merken dat je dit bij veel onderwerpen moet toepassen. Kijk maar eens naar deze eenvoudige opgave:

*Zoals je weet gaan de inwoners van 15 Europese landen per 1 januari 2002 betalen met de euro. Dat wordt even wennen! De Belgische ontwerper Luc Luycx heeft 8 verschillende euromunten ontworpen:
€ 2,- , € 1,- (fl. 2,20 afgerond), € 0,50 , € 0,20 , € 0,10 , € 0,05 , € 0,02 en € 0,01.*

In januari 2002 mag je nog met de oude muntsoorten betalen. Je krijgt aan de kassa je wisselgeld terug in euro's.

*Gerrit heeft op 13 januari 2002 deze munten in zijn portemonnee:
2 x € 2,- , 3 x € 0,50 , 5 x € 0,02 , 2 vijfjes , 3 rijksdaalders, 4 dubbeltjes en 1 stuiver.
Hoeveel geld heeft hij, uitgedrukt in euro's?*

$$\begin{aligned}2 \times € 2,- &= € 4,- \\3 \times € 0,50 &= € 1,50 \\5 \times € 0,02 &= € 0,10 \\ \text{totaal: } &€ 4,- + € 1,50 + € 0,10 = € 5,60 \\ € 5,60 &= 5,6 \times \text{fl. } 2,20 = \text{fl. } 12,32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 \times \text{fl. } 5,- &= \text{fl. } 10,- \\3 \times \text{fl. } 2,50 &= \text{fl. } 7,50 \\4 \times \text{fl. } 0,10 &= \text{fl. } 0,40 \\1 \times \text{fl. } 0,05 &= \text{fl. } 0,05 \quad \text{totaal: fl. } 17,95\end{aligned}$$

*In de portemonnee fl. 12,32 + fl. 17,95 = fl. 30,27 ofwel
30,27 : 2,20 = € 13,76 (afgerond)*

Voordat we ons op de breuken en letters storten, eerst even een herhaling van de belangrijkste rekenregels

Wat ga je leren?



In dit blok leer je

- hoe je de antwoorden van lastige rekensommen vindt, met de juiste volgorde van rekenen;
- rekenen met eenvoudige en moeilijkere breuken;
- rekenen met letters en haakjes;
- rekenen met kwadratische veeltermen, bijvoorbeeld $(y + 7)^2$.

Moeilijk? Dat valt best mee, je kunt het vast wel! Ga maar snel aan het werk.
Je mag aan dit blok maximaal 4 klokuren werken.

Veel succes!!

Rekenen

1. Bereken:

- | | |
|-------------------|--------------|
| a) 4×3 | e) $-8 : -2$ |
| b) 4×-3 | f) $-8 : 2$ |
| c) -4×3 | g) $8 : -2$ |
| d) -4×-3 | h) $8 : 2$ |

2. Bereken:

- a) 2^3
- b) $(-2)^3$
- c) -2^3
- d) $-(-2)^3$



Het is belangrijk dat je goed met je rekenmachine kunt werken. **Oefen daarmee!!**

Tips!!



Rekenregels:

$+ \times + = +$	$+ : + = +$
$+ \times - = -$	$+ : - = -$
$- \times + = -$	$- : + = -$
$- \times - = +$	$- : - = +$

En: (negatief getal)^{even getal} = +, dus $(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 = 81$
(negatief getal)^{oneven getal} = -, dus $(-3)^3 = -3 \times -3 \times -3 = -27$

Tips!!

Breuk = $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}}$

Je mag de teller en de noemer van de breuk vermenigvuldigen met hetzelfde getal of delen door hetzelfde getal.

vb. $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{25}{30} = \frac{5}{6} \Rightarrow$ **vereenvoudigen**

3. Vul in:

a) $\frac{7}{56} = \frac{1}{\dots}$

b) $\frac{60}{48} = \frac{\dots}{12}$

c) $\frac{30}{105} = \frac{6}{\dots}$

d) $\frac{32}{84} = \frac{\dots}{\dots}$

4. Vul in: groter dan (>) of kleiner dan (<):

a) $\frac{4}{15} \dots \frac{25}{90}$

b) $\frac{9}{7} \dots \frac{25}{21}$

c) $\frac{64}{77} \dots \frac{6}{7}$

d) $\frac{13}{20} \dots \frac{3}{5}$

Tips!!

Bij het vermenigvuldigen van twee (of meer) breuken moet je telkens de tellers met elkaar vermenigvuldigen en de noemers met elkaar vermenigvuldigen.

Dus: $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

en $2\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{36}{20} = 1\frac{16}{20} = 1\frac{4}{5}$

5. Bereken:

a) $1\frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$

b) $\frac{4}{5} \times \frac{6}{11}$

c) $\frac{2}{3} \times 4$

d) $4\frac{2}{11} \times \frac{3}{7}$



Denk aan het oefenen van het rekenwerk met je rekenmachine!!

6. Bereken:

a) $4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{7}$

b) $\frac{196}{140} \times \frac{110}{150} \times \frac{1}{14}$

c) $2 \frac{2}{13} \times \frac{3}{13} \times 13$

d) $3 \frac{9}{14} \times \frac{28}{90}$

Tips!!



Voor het delen door een breuk geldt de volgende regel:
Delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk. Voorbeeld:

$$\frac{3}{4} : \frac{6}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

$$2 \frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{11}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{55}{8} = 6 \frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

7. Bereken:

a) $3 \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$

b) $\frac{7}{12} : 2 \frac{1}{2}$

c) $4 \frac{1}{2} : 3 \frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$

Tips!!



Gelijknamige breuken zijn breuken met gelijke noemers.
Alleen gelijknamige breuken mag je **optellen** of **afrekken**.

Voorbeeld: $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

$$1 \frac{3}{8} + 2 \frac{5}{12} = \frac{11}{8} + \frac{29}{12} = \frac{33}{24} + \frac{58}{24} = \frac{91}{24} = 3 \frac{19}{24}$$

Zoals je gezien hebt hoeven breuken niet per se gelijknamig te zijn voor de bewerkingen vermenigvuldigen en delen. Voor de bewerkingen optellen en aftrekken is dit wel noodzakelijk.

8. Bereken:

a) $\frac{4}{15} - \frac{7}{8}$

b) $2\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$

c) $1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{8} - \frac{1}{3}$

Letterrekenen

Tips!!



Een groep letters, al dan niet vergezeld van cijfers, heet een **term**.

Voorbeeld: $4a^2$, $11m$, $12p^2p^2r^2$, ab

Een term is vaak een product van meerdere **factoren**.

We onderscheiden **letter- en cijferfactoren**.

We noemen termen **gelijksoortig**, als ze dezelfde letterfactoren hebben.

Voorbeelden: $-p$, $7p$ en $-3p$ zijn gelijksoortig

$11x^2y$ en $-2x^2y$ zijn gelijksoortig

maar: $5x^2$ en $5x^3$ en $2x$ zijn geen gelijksoortige termen.

Alleen **gelijksoortige termen** kun je bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.

Voorbeelden: $3a + 7a = 10a$

$4p^3q^2 - 5p^3q^2 = -p^3q^2$

$3x^2 + 9xy$ kun je niet verder herleiden.

1. Bereken:

a) $2p - 4p$

b) $3a^2 + 4a + 2a^2$

c) $-xy + 4xy$

d) $8a + 4b$

e) $2x^2 - 3x^2$

f) $11m^2n^2 - 7m^2n^2$

2. Bereken:

a) $-2x + 7 + 3x - 4$

b) $3a - 4b - 4a + 5b$

c) $-p - p - p + 3q - p$

d) $-4r - (1 - 3r)$

e) $3a - 3b + 4c - 5a + 6b - 7c$

f) $4 - 5a - 2a - 4$

3. Vul in (substitueer) in de volgende opgave $a = 4$, $b = -3$, $c = 1$ en reken uit

- a) $-4a + 3b - c$
- b) $a^2 - b^2 + 3c$
- c) abc
- d) $7a^2b + 4ab^2 + 3c^2$

Tips!!



Bij allerlei berekeningen is het belangrijk dat je goed kunt **herleiden**. Herleiden is het korter opschrijven van een reeks termen. Voorbeeld:
 $4a - 3b + 2a + 2b = 6a - b$

Soms moet je bij herleiden

- eerst de haakjes wegwerken;
- dan de gelijksoortige termen samenvoegen (indien dit mogelijk is).

dus: $2x + 2 + 4(x + 7) = 2x + 2 + 4x + 28 = 6x + 30$

$$p(p - 3) = p^2 - 3p$$

$$(y - 2)^2 = (y - 2)(y - 2) = y^2 - 2y - 2y + 4 = y^2 - 4y + 4$$

$$(-4a)^2 = -4a \cdot -4a = 16a^2$$

4. Herleid

- a) $(a + 5)^2$
- b) $x(x + 2)$
- c) $(-3z)^2$
- d) $(p + 4)(p - 4)$
- e) $(a - 5)(b + 3)$
- f) $(3 + p)^2$

5. Herleid

- a) $(3x - 2y)(4x + 3y) - 2x(2x - y)$
- b) $(4p)^2 + (4 + p)^2 - p(p - 4)$
- c) $(4a + 3)(4a - 3) + 4(a + 3)(a - 3)$

Tips!!**Merkwaardige producten.**

Er zijn drie "standaard"-opgaven die je zeker moet kunnen uitrekenen:

1. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

Voorbeelden:

$$(x+5)^2 = (x+5)(x+5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$$

$$(4p-3)^2 = (4p-3)(4p-3) = 16p^2 - 12p - 12p + 9 = 16p^2 - 24p + 9$$

$$(a+2)(a-2) = a^2 - 2a + 2a - 4 = a^2 - 4$$

De tussenregels in bovenstaande berekeningen mag je voortaan weglaten!

Deze "standaard"-opgaven worden ook wel **merkwaardige producten** genoemd.

6. Herleid

- a) $(a-3)^2$
- b) $(b+2)(b-2)$
- c) $(p+4)^2$
- d) $(2x-3)^2$

7. Herleid

- a) $(p+3)^2 - (p+3)(p-3)$
- b) $(2a-4)^2 + 2a(a-4)^2$
- c) $(2x)^2 - (2x-1)^2$
- d) $3(t+2)(t-2)$

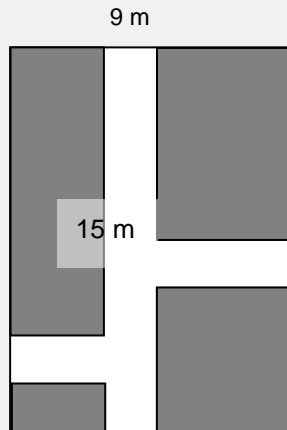
8. Herleid

- a) $-(5p+3)^2 + (5p-3)^2$
- b) $(4q)^2 - (4+q)^2$
- c) $(3t+3)^2 - (t+3)^2$
- d) $4(2p-2)^2$

Ter afronding.



Hassan heeft een tuin van 9 x 15 meter. Hij legt een pad aan in de tuin, volgens dit ontwerp. Het pad is overal 0,8 meter breed.



- Bereken de oppervlakte van het pad.
- Hassan wil het pad x meter breed maken. Met welke formule kan hij de oppervlakte van het pad berekenen?
- Als Hassan 50 m^2 stenen heeft, hoe breed kan hij het pad dan maken? Geef een benadering van het antwoord, via inklemmen en substitutie.

Hoe ging het?



De laatste opdrachten gemaakt, met een diepe zucht dit blok afgerond? Schrijf tot slot een kort verslag (half A4-tje) over je ervaringen. Geef daarbij antwoord op de volgende vragen:

- Wat begreep je, wat ging goed?
- Wat begreep je niet zo best, wat ging minder goed?
- Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen en hoe ga je dat aanpakken?
- Hoe was je werkaanpak, op welke momenten ben je bezig geweest met dit blok?
- Kon je je goed concentreren bij het werk?
- Hoeveel tijd heb je besteed aan dit blok?

Lever het verslag in bij je docent. Hij bestudeert het en zal er met jou nog over spreken!!

Diagnostische toets bij blok 1

Even testen!



Nu je de leerstof van het blok hebt doorgewerkt, wordt het tijd om eens te testen of je alles goed begrepen hebt. Hieronder vind je een aantal opgaven over dit blok. Probeer ze zo goed mogelijk te maken!

Als je alle opgaven gemaakt hebt mag je ze zelf nakijken en beoordelen. In het correctiemodel staat hoeveel punten je voor de toets kunt halen. Geef jezelf een cijfer!

Beheers je de leerstof? Als je nog vragen hebt, neem dan contact op met je docent! Veel succes!!

1. Bereken:

- | | |
|-------------------|------------------|
| a) -4×-7 | e) $(-4)^3$ |
| b) $-3 - 8$ | f) $8 + -3$ |
| c) -3^4 | g) -9×5 |
| d) $12 : -3$ | h) $-(-5)^5$ |

2. Bereken:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $2\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ | e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ |
| b) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$ | f) $4\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{7} \times \frac{1}{9}$ |
| c) $3\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4}$ | g) $2\frac{1}{2} - 1\frac{7}{8}$ |
| d) $3\frac{3}{9} : 1\frac{1}{2}$ | h) $5\frac{1}{15} + 3\frac{1}{6}$ |

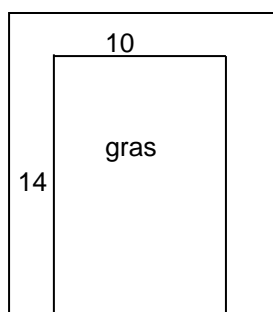
3. Bereken:

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $2x + 3x - x - 4x + x$ | e) $4t - 3(2 - 2t)$ |
| b) $3p^2 - 4p^3$ | f) $2(2x - 7) - 2x(7 - 2x)$ |
| c) $4a - 3b + 4a - c + 2b - c$ | g) $-x + (y - x) + 2y + 2x - 3y$ |
| d) $7a^2b - 7c - a^2b - 3c + d$ | h) $s^2tu^3 - 3s^2tu^3$ |

4. Bereken:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| a) $(y + 3)(y - 3)$ | e) $(2p - 2)^2$ |
| b) $(-2a)^2 - (a - 2)^2$ | f) $(s - 3)(t + 4)$ |
| c) $-5(-p - 3)^2$ | g) $-(x - 3)^2$ |
| d) $(x + 7)^2$ | h) $3a(a - 3) - (2a - 4)^2$ |

5.



Langs drie kanten van een grasveld van 10 bij 14 meter ligt een pad.
De breedte van het pad is x meter.

- a) Toon aan dat de oppervlakte van het pad gelijk is aan $2x^2 + 38x$ m².
- b) Stel dat de breedte van het pad gelijk is aan 0,6 meter.
Hoeveel vierkante meter stenen zijn er nodig om het pad te leggen?

Blok 2 Verbanden

Intro!!



Wiskundige verbanden kom je overal tegen.

Je hoeft de krant maar open te slaan en je ziet ze staan: prachtige grafieken over

- de stijging van de benzineprijzen;
- de omzetsdaling van een ICT-bedrijf;
- het temperatuurverloop in de maand mei;
- etc.

In de wiskunde is het werken met verbanden een belangrijk onderdeel van de leerstof! Kijk maar eens naar dit uitgewerkte voorbeeld!

Mascha bezorgt het Nieuwsweekblad huis aan huis in haar dorp. Ze krijgt daarvoor een vast bedrag van € 20,- en verder € 0,10 voor elk krantje dat ze wegbrengt.

De formule voor Mascha's verdiensten luidt:

$V = 20 + 0,10a$, met a = aantal bezorgde kranten

Mascha bezorgt op een dag 100 kranten.

Ze verdient dan: $V = 20 + 0,10 \times 100 = 20 + 10 = € 30,-$

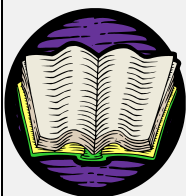
Om € 60,- te verdienen moet Mascha 400 kranten bezorgen

$$60 = 20 + 0,10a$$

$$0,10a = 40$$

$$a = 40 : 0,1 = 400$$

Wat ga je leren?



In dit blok leer je:

- hoe je van een woordformule naar een letterformule, naar een tabel, naar een grafiek kunt werken (en weer terug!);
- alles (nou ja ... bijna alles) over lineaire verbanden, ofwel rechte lijnen;
- bijna alles over kwadratische verbanden, ofwel parabolen;
- een beetje over exponentiële verbanden (en de groeifactor).

In dit blok kom je veel leuke sommen tegen, met situaties uit het dagelijks leven.

Je mag aan dit blok maximaal 6 klokuren werken.

Veel succes!!

Lineaire verbanden

1. De auto van Hanneke heeft een benzinetank met een inhoud van 45 liter. Als Hanneke rustig rijdt, kan ze met 1 liter benzine 15 kilometer afleggen. Dus: na 30 kilometer rustig rijden heeft de auto 2 liter benzine verbruikt, er zit dan nog 43 liter in de tank.

a) Vul de tabel in:

aantal kilometers	0	75	150	225	300
aantal liters in tank	45				

- b) Is dit een lineair verband? Licht je antwoord toe.
c) Teken de grafiek die bij deze gegevens hoort.

2.

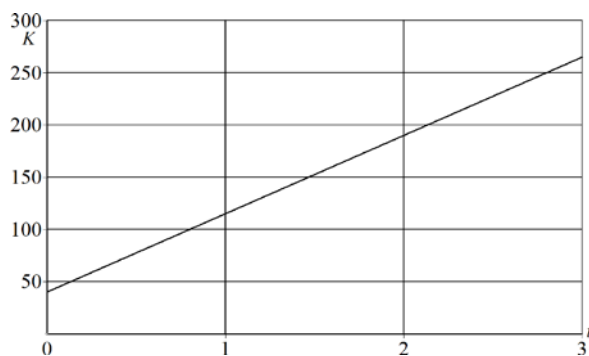
a) Teken de grafiek van de formule $P = 20 + 4k$. Maak eerst een tabel.

k	0	1	2	3
P				

- b) Teken de grafiek van de formule $A = 14 - 0,4t$. Maak eerst een tabel.
c) Teken de grafiek van de formule $T = 30s + 75$. Maak eerst een tabel.

3. In de grafiek zie je het verband tussen de tijd en de kosten van een onderwijsadviseur. K is de kosten in euro's, t is de tijd in uren.

Schrijf de formule op die bij deze grafiek hoort.



4.

a) Maak een formule bij onderstaande tabel:

P	0	2	4	6	8
T	4	7	10	13	16

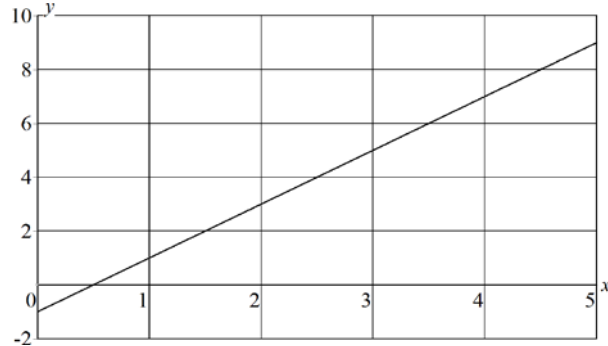
b) Maak een formule bij onderstaande tabel:

x	0	1	3	4	7
y	3	7	15	19	31

5. In de formule van lijn m : $y = 2x - 1$ staan twee getallen.

- Welke informatie geeft het getal -1 over de lijn m ?
- Welke informatie geeft het getal 2 over de lijn m ?

$$y = 2x - 1$$



6. De formule van lijn p is $y = -3x + 4$.

- Welke informatie geeft het getal -3 over lijn p ?
- Welke informatie geeft het getal 4 over lijn p ?

Tips!!



De formule $y = ax + b$ hoort bij een lineair verband tussen x en y . De grafiek bij deze formule is een rechte lijn.

vb. $y = 4x - 3$, $y = -\frac{1}{2}x + 4$, $y = -x - 1$

De getallen in de formule voor a en b geven informatie over de grafiek van de lijn.

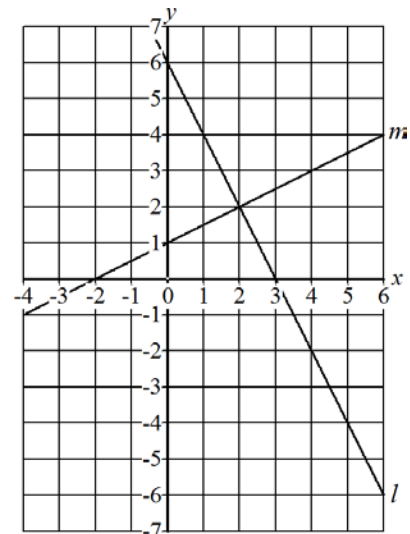
a = hellingsgetal (of stijgingsgetal): ga je 1 naar **rechts**, dan moet je a **omhoog** (of **omlaag**, als a negatief is)

b = de y -coördinaat van het snijpunt met de Y -as (0 , b)

7. Teken in één figuur de lijnen

- l : $y = -3x - 1$
- m : $y = 2x$
- n : $y = x + 3$
- p : $y = -\frac{1}{2}x - 2$

8. Geef de formules van de lijnen l en m in de grafiek hiernaast.

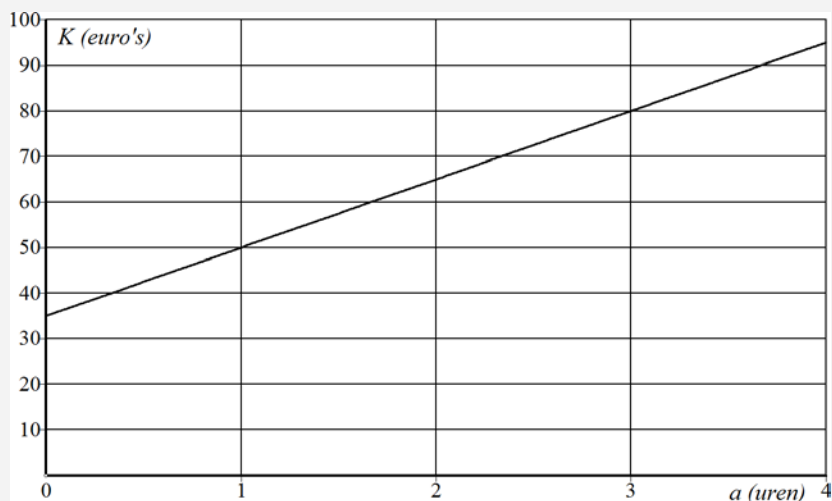


De ICT-specialist berekent zijn tarief met behulp van een lineair verband.

In **vijf stappen** krijg je hiervan voorbeelden te zien en leer je (wiskundig) rekenen met lineaire verbanden.

Stap 1

De ICT-specialist rekent voor 3 uur werken € 80,- en voor elk volgend uur rekent hij € 15,-. Teken de grafiek bij deze gegevens en geef de formule.



formule: $K = 15a + 35$

hierin is 15 = het uurtarief en 35 = de voorrijdkosten

9.

a) Teken lijn l door (3, 5), met hellingsgetal 2. Geef de formule van lijn l .

b) Teken lijn m door (1, -2) en (4, 7). Geef de formule van de lijn.

Stap 2

De ICT-specialist berekent zijn kosten met de formule $K = 15a + 35$.

Wat vraagt hij voor 6 uur werken?

$$K = 15 \cdot 6 + 35 = \text{€}125,-.$$

Jan laat de ICT-specialist een dvd-speler in zijn pc installeren en moet daarvoor € 80,- betalen.

Hoe lang heeft de ICT-er bij Jan gewerkt?

$$80 = 15a + 35$$

$$45 = 15a \quad (\text{linker en rechter lid: } -35)$$

$$3 = a \quad (\text{linker en rechter lid: } / 15)$$

Jan heeft de ICT-specialist 3 uur laten werken.

10.

a) Het punt (12, y) ligt op de grafiek van $y = 4x - 8$. Bereken y .

b) Het punt (x , -4) ligt op de grafiek van $y = 2x + 2$. Bereken x .

Stap 3

De ICT-specialist berekent zijn kosten met de formule $K = 15a + 35$.

Hij heeft berekend dat 12 uur werken hem €215,- oplevert. Heeft hij goed gerekend?

$$215 = 15 \cdot 12 + 35$$

$$215 = 180 + 35$$

$$215 = 215$$

Dit klopt, dus hij heeft goed gerekend!

11. Laat met een berekening zien welke punten liggen op lijn p : $y = 3x - 3$.

- a) (2, 3)
- b) (-1, 0)
- c) (-2, -3)
- d) (0, -3)

Stap 4

De ICT-specialist is een deel van zijn formule kwijt. Hij weet alleen het beginstuk nog:

$$K = 15a + \dots$$

Verder weet hij nog dat hij met 5 uur werken €110,- verdient.

Hoe kan de ICT-er de formule $K = 15a + b$ weer volledig maken?

$$K = 110, a = 5, \text{ dus } 110 = 15 \cdot 5 + b$$

$$110 = 75 + b$$

$$b = 35$$

De volledige formule luidt: $K = 15a + 35$

12.

- a) (-5, 3) ligt op lijn l : $y = \frac{1}{2}x + b$. Bereken b .
- b) (100, 2500) ligt op lijn m : $N = -500t + b$. Bereken b .
- c) (1, 2) ligt op lijn n : $y = ax + 4$. Bereken a .
- d) (-4, 7) ligt op lijn p : $y = ax - 3$. Bereken a .

Stap 5

Er komt een concurrent in de stad! Hij rekt hetzelfde uurtarief van €15,-. De voorrijdkosten zijn niet bekend. Wel heeft een klant verteld dat voor 4 uur werken €85,- betaald moet worden. Met welke formule werkt de concurrent?

Het uurtarief is €15,- en de voorrijdkosten zijn onbekend, dus $K = 15a + b$.

$$4 \text{ uur werken kost } \text{€}85,- \text{ dus } 85 = 15 \cdot 4 + b$$

$$85 = 60 + b$$

$$b = 25$$

De volledige formule luidt: $K = 15a + 25$

13. De formule voor lijn l is: $y = 5x + 3$.

Lijn k is evenwijdig aan lijn l en het punt $(1, 6)$ ligt op k .

Bereken de formule van lijn k .

Tips!!



Van formule naar functievoorschrift.

Een **lineair verband** heeft de **formule** $y = ax + b$

(vb. $y = 3x - 2$, $N = -100t + 400$)

met behulp van de **pijlnotatie** wordt dit $x \rightarrow ax + b$

(vb. $x \rightarrow 3x - 2$, $t \rightarrow -100t + 400$)

en met behulp van de **functienotatie** $f: x \rightarrow ax + b$

(vb. $g: x \rightarrow 3x - 2$, $h: t \rightarrow -100t + 400$), waarbij f , g en h de "namen" van de functie zijn)

ofwel $f(x) = ax + b$

(vb. $g(x) = 3x - 2$, $g(x) = 3x - 2$, $h(t) = -100t + 400$)

$f(x) = ax + b$ is een **lineaire functie**

14. Schrijf de volgende formules in de functienotatie.

a) $y = -x + 4$

b) $K = 15a + 35$

c) $N = -50t - 125$

d) $y = 2x - 7$

Tips!!



Een functie voegt aan elk **origineel** het bijbehorende **beeld** toe.

Voorbeeld: $f: x \rightarrow 3x - 2$

$4 \rightarrow 3 \cdot 4 - 2 = 10$, dus aan origineel 4 wordt beeld 10 toegevoegd.

Ofwel $f(4) = 10$.

$f(4) = 10$ betekent: als je in functie f voor x 4 invult, dan wordt y gelijk aan 10.

In tabel:

x	4
y	10

Als getallenpaar: $(4, 10)$

15. Gegeven is de functie $f: x \rightarrow -4x + 3$.

a) Bereken $f(3)$, $f(0)$ en $f(-2)$.

b) Bereken het beeld van -1. Bereken de functiewaarde van 5.

c) Geef de formule van f .

16. Gegeven is de functie $g(t) = 1\frac{1}{2}(t - 3) + 2$

- Bereken $g(1)$, $g(3)$, $g(0)$.
- Bereken het beeld van 2.
- Bereken de functiewaarde van -2.
- Geef de formule van g .

17. Gegeven is de functie $h : x \rightarrow -2x + 1$.

- Teken de grafiek van h . Maak eerst een tabel.
- Ligt $(4, -7)$ op de grafiek van h ?
Controleer je antwoord met een berekening.
- Punt H met y -coördinaat -17 ligt op de grafiek van h .
Bereken de x -coördinaat van H.

Kwadratische verbanden

Intro!!



In de bovenbouw van het havo ga je kwadratische verbanden tekenen en berekenen met de grafische rekenmachine. Om dit goed te kunnen doen, heb je een grondige basiskennis nodig over de kwadratische verbanden.

Dit deel van blok 2 gaat over kwadratische verbanden.

1. Gegeven is de formule $y = 2x^2 - 3$.

- Neem $x = 3$ en bereken y .
- Vul de tabel in.

x	0	1	2	3	4
y					

2. De tabel hieronder hoort bij de formule $y = x^2 + 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	6	3	2	3		
	-3	-1	1			1e verschil
		2	2			2e verschil

- Vul de ontbrekende getallen in.
 - Welke bijzonderheid ontdek je?
3. Neem de formule $y = 4x^2 + 1$.
- Maak een tabel en vul deze in. Neem hiervoor de getallen van 0 t/m 6.
 - Bereken in de tabel het eerste en het tweede verschil (zie opgave 2).
 - Wat valt je op?

Tips!!

Bij een lineair verband zijn de eerste verschillen gelijk.
 Bij een kwadratisch verband zijn de tweede verschillen gelijk.
 Voorwaarde daarbij is dat in de bovenste regel van de tabel de waarden gelijkmatig toenemen.

Een kwadratisch verband heeft de vorm $y = ax^2 + bx + c$, met $a \neq 0$.

Een kwadratische functie heeft de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$, met $a \neq 0$.

4. De PC-corner verkoopt computers. De winst in euro is per maand:

$$W = -6a^2 + 600a, \quad a \text{ is het aantal verkochte computers per maand.}$$

- Hoeveel winst maakt de PC-corner bij 10 verkochte computers?
- Hoeveel winst maakt de PC-corner bij 40 verkochte computers?
- Vul de tabel in:

a	0	10	30	40	50	60	70	90	100
W									

- Bij welk aantal verkochte computers is de winst maximaal?
- Teken de grafiek bij deze gegevens.

5. Een kwadratisch verband heeft de formule $y = -x^2 + 3x$.

- Vul de tabel in.

x	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
y							

- Teken de grafiek.
- Geef de coördinaten van het hoogste punt T van de grafiek.

Tips!!

De grafiek van een kwadratische functie is een parabool.

De grafiek van de functie $f(x) = ax^2 + bx + c$

- is een dalparabool als $a > 0$, en
- is een bergparabool als $a < 0$.

6. Gegeven is de functie $g : x \rightarrow -x^2 + 2x$.

- Teken de grafiek van g . Maak eerst een tabel en kies daarbij zelf de waarden van x .
- Is de grafiek van g een dal- of een bergparabool?
- Geef de coördinaten van de top.

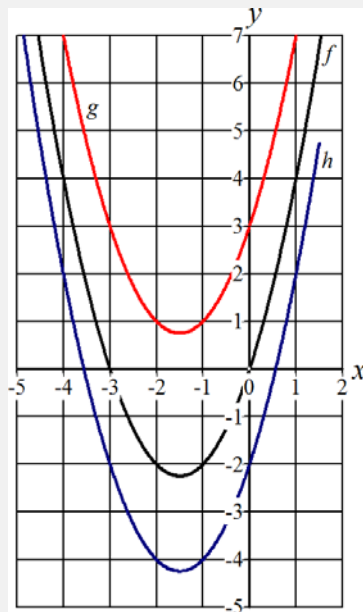
7. Gegeven is de functie $h(x) = x^2 - 2x + 3$.

- Is de grafiek van h een dal- of een bergparabool?
- Bereken $h(-2)$, $h(0)$ en $h(3)$.
- Teken de grafiek van h . Maak eerst een tabel.
- Geef de coördinaten van de top.

8. Gegeven is de functie $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$.

- Ligt $(2, 8)$ op de grafiek van f ? Licht je antwoord toe.
- Ligt $(-3, 3)$ op de grafiek van f ? Licht je antwoord toe.

Tips!!



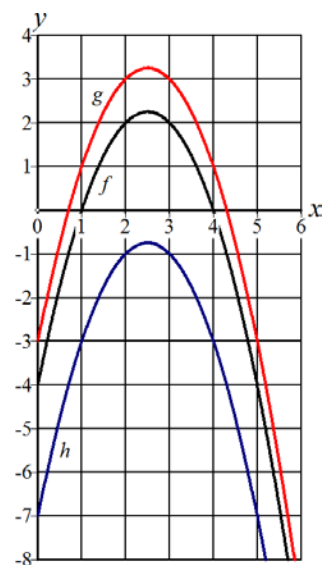
$$f(x) = x^2 + 3x$$

De grafiek van $g(x) = x^2 + 3x + 3$ ontstaat door de grafiek van $f(x) = x^2 + 3x$ 3 eenheden **omhoog** te schuiven.

De grafiek van $h(x) = x^2 + 3x - 2$ ontstaat door de grafiek van $f(x) = x^2 + 3x$ 2 eenheden **omlaag** te schuiven.

9. Gegeven is de functie $f(x) = -x^2 + 5x - 4$.

Geef het functievoorschrift van de andere parabolen in deze tekening.



10.

- Teken de grafiek van $j: x \rightarrow x^2 - 2x$. Maak eerst een tabel en neem voor x de getallen van -2 tot en met 4.
- Verschuif de grafiek van j 3 eenheden omhoog. Teken de nieuwe grafiek en noem deze h .
- Geef het functievoorschrift van h .

Exponentiële verbanden

1. Lieke zet op 1 januari 2001 €5.000,- op haar spaarrekening.

Ze krijgt van de bank 3% rente op haar spaartegoed.

- Hoeveel geld staat er 1 jaar later op Lieke 's rekening?
- Hoeveel geld staat er 2 jaar later op Lieke's rekening?
- Vul de tabel in.

jaartal	2012	2013	2014	2015	2016
saldo					

- Groeit het saldo van Lieke lineair of kwadratisch of ...? Licht je antwoord toe.

2. De zonnebloemplant van Anne is op 12 juni 24 cm hoog.

Per dag groeit de plant met een factor 1,4.

- Hoe hoog is de plant op 17 juni?
- Hoe hoog is de plant op 19 juni?
- Vul de tabel in.

datum	16 juni	17 juni	18 juni	19 juni	20 juni
hoogte					

- Groeit Anne's plant lineair, of kwadratisch of ...? Licht je antwoord toe.
- Kun je de lengte van de plant op 17 augustus berekenen? Licht je antwoord toe.

Tips!!



Bij een exponentiële groei wordt de hoeveelheid (het saldo, de lengte, et cetera) per tijdseenheid (jaar, dag, et cetera) telkens met hetzelfde getal vermenigvuldigd. Dit getal noemen we de **groefactor**.

De hoeveelheid N na een bepaalde tijd t is afhankelijk van de beginhoeveelheid b en de groefactor g .

In een formule: $N = b \cdot g^t$

Als de groefactor > 1 , dan is er sprake van **een exponentiële toename**.

Als de groefactor < 1 , dan is er sprake van **een exponentiële afname**.

- 3.
- Geef de formule voor Lieke's spaarsaldo (opgave 1).
 - Geef de formule voor de hoogte van Anne's plant (opgave 2).
4. Welke tabellen horen bij een exponentiële groei?

I

t	0	2	4	6	8
N	10	15	22,5	33,75	50,625

II

t	0	1	2	3	4
N	4	6	8	10	12

III

t	0	1	2	3	4
N	0	1	4	9	16

IV

t	0	1	2	3	4
N	100	40	16	6,4	2,56

5. Het aantal km² natuurgebied in Europa is tussen 1960 en 1964 per jaar met 2% afgenomen. In 1960 was er 160.000 km² natuurgebied in Europa.
- c) Vul de tabel in:

jaartal t	1960	1961	1962	1963	1964
oppervlakte N	160.000				

- d) Je moet telkens vermenigvuldigen met "groefactor" 0,98.
Leg uit waarom dit zo moet.
- e) Geef de formule van dit exponentieel verband.

Tips!!



Bij een procentuele toename van 3% hoort een "groefactor" van 1,03.
Bij een procentuele afname van 12% hoort een "groefactor" van 0,88.

- 6.
- Hoe groot is de groefactor als de hoeveelheid telkens wordt verdubbeld?
 - Hoe groot is de "groefactor" als de hoeveelheid telkens wordt gehalveerd?
7. Op de akker van boer Bekkers leven 3 miljoen schadelijke insecten. Door met een biologisch afbreekbaar middel te spuiten, neemt het aantal insecten per dag met de helft af.
- Na hoeveel dagen leven er nog 30.000 schadelijke insecten op Bekkers akker?
 - Welke formule hoort bij dit exponentieel verband?

8. In Aadorp neemt het aantal inwoners jaarlijks met 21% toe.
Op 1 januari 1996 had Aadorp 950 inwoners.
- Geef de formule bij dit exponentieel verband.
 - Maak een tabel voor de jaren 1996 tot met 2002 en vul deze in.
 - Teken de grafiek van het aantal inwoners van Aadorp in deze periode.
 - In welk jaar heeft Aadorp voor het eerst meer dan 2500 inwoners?

Ter afronding



Overal op aarde is de behoefte aan schoon drinkwater groot. Niet alleen voor huishoudelijk gebruik (o.a. drinkwater), maar vooral voor niet-huishoudelijk gebruik (landbouw en industrie) is heel veel water nodig.

In 1975 bedroeg het waterverbruik in de Verenigde Staten ongeveer 1540 miljard liter per dag. In 1980 was het 1680 miljard liter per dag, een toename van 9% in een periode van 5 jaar.

Een onderzoeksbureau verwachtte in 1980 dat het waterverbruik exponentieel zou blijven stijgen en dat de toename elke vijf jaar minimaal 7% en maximaal 10% zou zijn.

- Als de verwachtingen van het onderzoeksbureau uitkomen, hoeveel liter water wordt er dan in 1990 minimaal per dag verbruikt in de VS?
- En hoeveel water in 1995 maximaal?

De onderzoekers verwachten dat er niet onbeperkt aan die toenemende waterbehoefte kan worden voldaan. Ze verwachten dat er maximaal 5000 miljard liter water per dag beschikbaar zal zijn.

- Tot welk jaar zal er, volgens de veronderstellingen van de onderzoekers, zeker nog voldoende water beschikbaar zijn? Licht je antwoord toe.

Hoe ging het?



De laatste opdrachten gemaakt, met een diepe zucht dit blok afgerond?
Schrijf tot slot een kort verslag (half A4-tje) over je ervaringen.
Geef daarbij antwoord op de volgende vragen:

- Wat begreep je, wat ging goed?
- Wat begreep je niet zo best, wat ging minder goed?
- Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen en hoe ga je dat aanpakken?
- Hoe was je werkaanpak, op welke momenten ben je bezig geweest met dit blok?
- Kon je je goed concentreren bij het werk?
- Hoeveel tijd heb je besteed aan dit blok?

Lever het verslag in bij je docent. Hij bestudeert het en zal er met jou nog over spreken!!

Diagnostische toets bij blok 2

Even testen!



Nu je de leerstof van het blok hebt doorgewerkt, wordt het tijd om eens te testen of je alles goed begrepen hebt. Hieronder vind je een aantal opgaven over dit blok. Probeer ze zo goed mogelijk te maken!

Als je alle opgaven gemaakt hebt mag je ze zelf nakijken en beoordelen. In het correctiemodel staat hoeveel punten je voor de toets kunt halen. Geef jezelf een cijfer!

Beheers je de leerstof? Als je nog vragen hebt, neem dan contact op met je docent! Veel succes!!

1. Bij Bloemboetiek "Huib" kost een grote rode roos €0,75.
Om een mooi boeket te maken van de rozen vraagt de Bloemboetiek €2,-.
 - a) Hans wil een boeket van 15 rozen kopen. Wat kost dit?
 - b) Vul de tabel in:

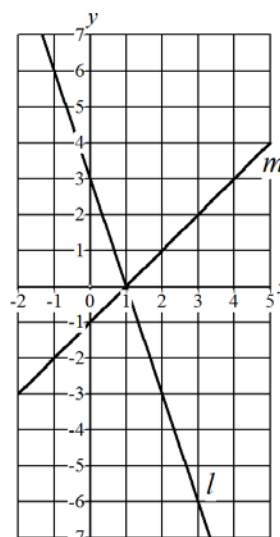
aantal rozen	5	7	10	15
kosten in euro				

- c) Teken de grafiek bij deze gegevens.
 - d) Is dit een lineair verband? Licht je antwoord toe.

2. Teken in één figuur de lijnen:

- a) $l: y = -2x - 1$
- b) $m: y = \frac{1}{3}x + 3$
- c) $n: y = -x + 1$
- d) $p: y = 4x - 5$

3. Geef de formules van de lijnen l en m in de tekening hiernaast.



4.
 - a) Het punt $(4, -1)$ ligt op de lijn $l: y = -3x + b$. Bereken b .
 - b) Het punt $(3, 1)$ ligt op de lijn $m: y = ax + 4$. Bereken a .

5. Anniek trapt een voetbal met een boogje de lucht in.

De bal beschrijft een baan volgens de formule: $H = -\frac{1}{16}t^2 + 2t$.

t = tijd in seconden, H = hoogte in meters

- a) Hoe hoog is de bal na 2 seconden?
 b) Hoe hoog is de bal na 12 seconden?
 c) Vul de tabel in:

tijd in seconden	0	2	4	6	8	10	12	14	16
hoogte in meters									

- d) Na hoeveel seconden is de bal op zijn hoogst?
 e) Teken de grafiek bij deze gegevens.

6. Gegeven is de functie $f(x) = -x^2 - 5x - 4$

- a) Is de grafiek van f een dal- of een bergparabool?
 b) Bereken $f(-1)$, $f(2)$ en $f(5)$.
 c) Teken de grafiek van f . Maak eerst een tabel.
 d) Geef de coördinaten van de top.

7. Schrijf van onderstaande tabellen op bij welk soort verband ze horen.

Licht je antwoord toe.

I

t	-1	0	1	2	3
N	-4	1	4	5	4

II

t	2	5	8	11	14
N	5	-2	-9	-16	-23

III

t	1	2	3	4	5
N	15	60	240	960	3840

IV

t	0	1	3	5	6
N	12	14	18	22	24

8. Het aantal vlinders in Nationaal Park de Hoge Veluwe neemt jaarlijks met 4% af.
 Na hoeveel jaar is het aantal vlinders gehalveerd?
 Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

Blok 3 Vergelijkingen en ongelijkheden

Intro!!



Gelijk en ongelijk. Elke dag gebruiken we deze woorden, in meerdere betekenissen.

Ook in de wiskunde is vergelijken belangrijk. Er zijn zelfs verschillende soorten vergelijkingen (en ongelijkheden). Je kunt ze met een berekening oplossen.

Kijk maar eens naar dit uitgewerkte voorbeeld.



Geert moet in de maand oktober vier keer voor 9 uur 's ochtends met de trein naar Enschede. Een retourtje vanaf zijn woonplaats kost € 44,50. Met een voordeelurenkaart krijgt hij 40% korting. Zo'n kaart kost € 45,- en is een jaar geldig.

Is het slim van Geert om een voordeelurenkaart te kopen voor zijn reizen in oktober?

4 retourtjes zonder korting kosten $4 \times € 44,50 = € 178,-$

4 retourtjes met korting kosten $4 \times € 26,70 = € 106,80$

1 Voordeelurenkaart kost € 45,-

Samen $€ 106,80 + € 45,- = € 151,80$

Het voordeligst voor Geert is de kaartjes te kopen met de voordeelurenkaart.

Stel dat Geert de prijs van een retourtje niet kent. Vanaf welk bedrag is hij voordeliger uit met een voordeelurenkaart?

prijs retour = p

zonder korting: bedrag = $4 \times p = 4p$

met korting: bedrag = $4 \times 0,6 \times p + 45 = 2,4p + 45$

vergelijken: $4p = 2,4p + 45$

$1,6p = 45$

$p = 45 : 1,6 = 28,15$ (afgerond)

Als het retourtje € 28,15 kost of meer is Geert voordeliger uit met een voordeelurenkaart.

Wat ga je leren?



In dit blok leer je

- lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met de balansmethode;
- snijpunten van lijnen en parabolen met de X-as berekenen;
- kwadratische vergelijkingen oplossen met drie methoden:
 1. $a \cdot b = 0$
 2. som- productmethode en
 3. de wereldberoemde abc -formule
- kwadratische ongelijkheden oplossen door aflezen uit de grafiek.

Dat klinkt ingewikkeld, toch gaat het lukken. Je leert het namelijk in kleine stapjes. Je mag aan dit blok maximaal 8 klokuren werken.

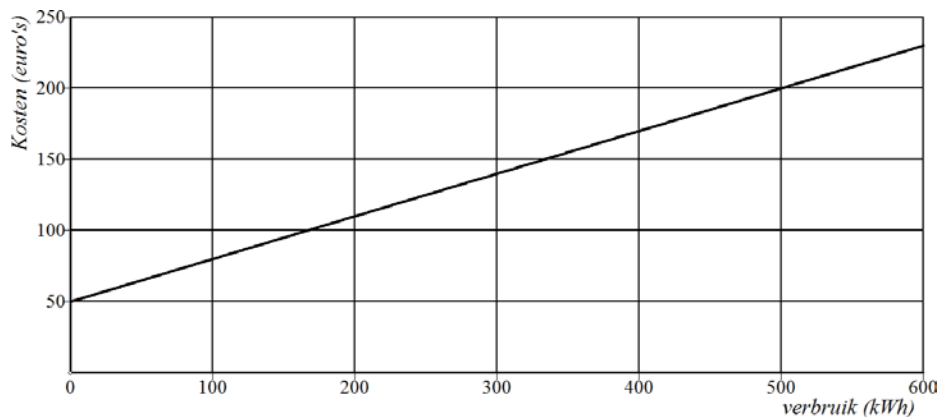
Veel succes!!

Lineaire vergelijkingen

1. Voor elektriciteit in huis betaal je een vast bedrag per maand en een bedrag per kilowattuur (kWh) verbruik.

In een formule: $Kosten = 50 + 0,3 \cdot \text{aantal kWh}$.

Hieronder zie je de grafiek voor de elektriciteitskosten per maand.



- a) De familie Van den Broek moet in april € 110,- betalen aan het elektriciteitsbedrijf. Hoeveel kWh elektriciteit hebben zij in deze maand verbruikt?
- b) In december wil de familie niet meer dan € 80,- betalen. Hoeveel kWh elektriciteit mogen zij maximaal verbruiken in deze maand?

Tips!!



In plaats van de **woordformule** $Kosten = 50 + 0,3 \cdot \text{aantal kWh}$ mag je schrijven de **letterformule** $K = 50 + 0,3 \cdot a$ of $K = 50 + 0,3a$

2. Bij tennisvereniging Smash kun je een baan huren voor een partijtje tennis. Je betaalt eenmalig een inschrijfbedrag van € 30,- , daarna kost één uur tennissen € 3,75.
- a) Stefan heeft in het seizoen 2000-2001 de baan 12 uur gehuurd. Wat heeft hij moeten betalen?
- b) Vul de tabel in:

aantal uren	0	4	8	12	16	20	24
kosten							

- c) Teken de grafiek bij deze tabel.
- d) Maak een woordformule bij deze gegevens.

3. Bij tennisvereniging Volley betaal je eenmalig € 105,- en daarna kun je in het seizoen zoveel tennissen als je maar wilt.
Anniek gaat tennissen bij Volley.
- a) Vul de tabel in:

aantal uren	0	4	8	12	16	20	24
kosten							

- b) Teken de grafiek bij deze tabel in de figuur van opgave 2.
- c) Maak een woordformule bij deze gegevens.
4. Kijk naar de grafieken van opgave 2 en 3.
- a) Bij welk aantal uren is Anniek het voordeligst uit?
- b) Bij welk aantal uren is Stefan het voordeligst uit?
- c) Bij welk aantal uren zijn ze allebei evenveel geld kwijt?

Tips!!



Door grafieken met elkaar te vergelijken kun je antwoorden vinden op vragen als:

- "Wanneer betalen ze evenveel?" en
- "Wanneer is hij voordeliger uit dan zij?".

Maar ... aflezen uit grafieken kan gemakkelijk leiden tot onnauwkeurigheden.

Daarom is het beter een rekenmethode te gebruiken.

vb. Kosten Stefan = $30 + 3,75u$ (u = aantal uren tennissen)

Kosten Anniek = 105

Met de balansmethode kun je de formules vergelijken en de oplossing berekenen.

Balansmethode: $30 + 3,75u = 105$

$$3,75u = 75$$

$$u = 20$$

links en rechts - 30

links en rechts : 3,75

Dus: bij 20 uur tennissen betalen Stefan en Anniek evenveel.

Let op! In de balansmethode geldt: altijd aan beide kanten van het '=' teken' hetzelfde doen!

5. Videotheek Look berekent de huurprijzen voor de videobanden als volgt:

$$\text{kosten} = 10 + 4 \times \text{aantal banden.}$$

Videotheek Track berekent de huurprijzen met de formule:

$$\text{kosten} = 25 + 2 \times \text{aantal banden.}$$

a) Vul de tabel in:

aantal banden	0	2	4	6	8	10
kosten Look						
kosten Track						

b) Geef de letterformule van Look.

c) Geef de letterformule van Track.

Tips!!



Om te bepalen of je voordeliger uit bent bij Look of Track

- kun je tabellen maken en aflezen;
- kun je grafieken tekenen en aflezen en
- kun je gebruik maken van de balansmethode.

De balansmethode kost minder tijd en is in veel gevallen nauwkeuriger!

vb. vergelijk $K = 10 + 4a$ met $K = 25 + 2a$

$$\begin{array}{rcl} \text{dus:} & 10 + 4a = 25 + 2a & \\ & & \left. \begin{array}{l} \\ 10 + 2a = 25 \\ 2a = 15 \\ a = 7,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2a \\ -10 \\ :2 \end{array} \end{array}$$

Algemene regels voor de balansmethode:

1. werk eerst rechts de term met de letter weg;
2. werk dan links de term zonder letter weg;
3. deel beide kanten door het getal dat vóór de letter staat.

6. Los op (met de balansmethode):

a) $10x + 24 = 6x + 10$

b) $9p + 35 = 7p + 55$

c) $7 + 2t = t + 1$

d) $18 + 6z = 3 + 2z$

Tips!!

Nog enkele voorbeelden van de balansmethode:

$$\begin{array}{rcl}
 -12 + 4t = 30 - 6t & & -5p + 12 = 8p + 51 \\
 -12 + 10t = 30 & \left. \begin{array}{l} +6t \\ +12 \\ :10 \end{array} \right\} & -13p + 12 = 51 \\
 10t = 42 & & -13p = 39 \\
 t = 4,2 & & p = 3
 \end{array}$$

Let op!!

Je moet in de balansmethode werken volgens vaste afspraken, dus: eerst rechts letters weg, dan links getallen weg, tenslotte delen door het getal voor de letter!

7. Los op:

- $7b - 12 = -9b + 12$
- $-p - 1 = p - 1$
- $5z - 45 = -5z$
- $3,4x + 4 = 7,9x - 5$

8. Los op:

- $\frac{1}{3}p + \frac{3}{4}p = 1\frac{1}{4}p + 2\frac{1}{2}$
- $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}$
- $2\frac{1}{5}a + \frac{3}{10} = 1\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}$

Tips!!

In de vergelijkingen kunnen ook haakjes voorkomen. Deze haakjes moet je altijd eerst "wegwerken". Voorbeeld:

$$\begin{aligned}
 3(a+10) &= 3 \cdot a + 3 \cdot 10 = 3a + 30 \\
 6(p-4) &= 6 \cdot p - 6 \cdot 4 = 6p - 24
 \end{aligned}$$

$$-3(t-1) = -3 \cdot t - -3 \cdot 1 = -3t + 3$$

9. Werk de haakjes weg:

- $4(2x - 7) =$
- $-2(-p + 4) =$
- $0,12(2a - 7) =$
- $-\frac{1}{4}(-\frac{1}{3}t + 8) =$

Tips!!

Werkschema voor het oplossen van lineaire vergelijkingen:

1. haakjes wegwerken;
2. alle termen met een letter naar het linkerlid van de vergelijking, de rest naar het rechterlid van de vergelijking brengen;
3. herleiden;
4. delen door het getal voor de letter.

vb. $-3(x-1) = 5(x+2) - 7$

$$-3x + 3 = 5x + 10 - 7$$

$$-3x + 3 = 5x + 3$$

$$-8x + 3 = 3 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -5x$$

$$-8x = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -3$$

$$x = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} : -8$$

10. Los op:

a) $4(2x-3) + 3 = 7 + 2(-3x+1)$

b) $\frac{1}{3}(-6p+9) = -\frac{1}{2}(4p+7)$

c) $-(-x-1) = 2(2x+2)$

d) $5(-2a+4) = 7 - (9a+1\frac{1}{2})$

11.

a) Teken lijn l met vergelijking $y = 4x + 3$.

b) Teken lijn m met vergelijking $y = 2x + 5$.

c) Lees uit de grafiek de coördinaten van het snijpunt van de lijnen af.

Tips!!

Snijpunten van lijnen kun je aflezen uit de grafiek maar natuurlijk ook berekenen met de balansmethode.

Voorbeeld:

$l: y = -4x + 2$ en $m: y = 3x + 9$

Berekening van het snijpunt betekent:

Los op: $-4x + 2 = 3x + 9$

$$-7x + 2 = 9 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -3x$$

$$-7x = 7 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -2$$

$$x = -1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} : -7$$

De x -coördinaat van het snijpunt is dus -1 .

$x = -1$ invullen in $y = -4x + 2$ (of $y = 3x + 9$):

$$y = -4 \cdot -1 + 2 = 4 + 2 = 6.$$

Snijpunt van l en m is het punt $(-1, 6)$

12. Bereken de snijpunten van:

a) $l: y = 2x + 3$ en $m: y = 3x - 4$

b) $p: y = -1\frac{1}{2}x - 1$ en $q: y = 4x + 10$

c) $s: y = -5x + 7$ en $t: y = -2x - 2$

Kwadratische vergelijkingen

1. Een parachutist springt vanaf 3000 meter uit een vliegtuig. Bij de hoogte van de parachutist hoort de formule: $h = 3000 - 1,4t^2$.

Hierin is t = tijd in seconden en h = hoogte in meters.

Na hoeveel seconden is de parachutist op 2000 meter? Gebruik de methode van inklemmen.

Geef je antwoord op 1 decimaal nauwkeurig.

2. Jeroen heeft een foto van 20 bij 25 cm.

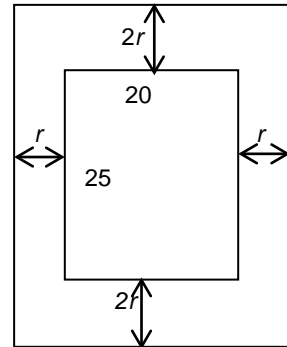
Om de foto zit een rand. Deze rand is aan de onder- en bovenkant $2x$ zo breed als aan de zijkanten. De oppervlakte van de rand is 400 cm^2 . Zie de figuur hiernaast.

De formule voor de oppervlakte van de rand is:

$$2 \cdot 2r \cdot (20 + 2r) + 2 \cdot 25r = 8r^2 + 130r.$$

Hoe breed moeten de randen aan de zijkant zijn? Gebruik de methode van inklemmen.

Geef je antwoord op 1 decimaal.



Tips!!



Inklemmen is een onnauwkeurige en omslachtige methode voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen. Je leert nu drie methoden die sneller en nauwkeuriger zijn.

Maar eerst even oefenen met herleiden en ontbinden in factoren.

3. Herleid:

a) $x(x - 8) =$

b) $2p(p + 4) =$

c) $a(-3a + 4) =$

d) $-3q(-4q - 1) =$

4. Vul in:

a) $x^2 + 8x = x(x + \dots)$

b) $2p^2 + 4p = 2p(\dots + \dots)$

c) $-3z^2 + z = z(\dots + \dots)$

d) $x^2 - x = x(\dots \dots \dots)$

Tips!!

$x^2 + 4x$ schrijven als $x(x + 4)$ noemen we **ontbinden in factoren**.

Bij het ontbinden in factoren moet je zoveel mogelijk letters en een zo groot mogelijk getal buiten de haakjes brengen.
Er mogen daarbij geen breuken ontstaan.

5. Ontbind in factoren:

- a) $4x^2 + 4x$
- b) $-8p^2 + 2p$
- c) $-x^2 - x$
- d) $39x^2 - 52x$

Tips!!**Oplossen van kwadratische vergelijkingen: Methode 1.**

Via **ontbinden in factoren** en de regel:

$A \cdot B = 0$ geeft $A = 0$ of $B = 0$ kun je eenvoudige kwadratische vergelijkingen oplossen.

vb. $x^2 + 3x = 0$

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x + 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -3$$

vb. $-2p^2 + 3p = 0$

$$p(-2p + 3) = 0$$

$$p = 0 \text{ of } -2p + 3 = 0$$

$$p = 0 \text{ of } -2p = -3$$

$$p = 0 \text{ of } p = 1\frac{1}{2}$$

6. Los op:

- a) $x^2 + 7x = 0$
- b) $-10q^2 + 5q = 0$
- c) $x^2 + x = 0$
- d) $2\frac{1}{2}p^2 + 5p = 0$

Tips!!

Een toepassing van **Methode 1**:

De grafiek van de functie $f(x) = 2x^2 + 4x$ snijdt de x -as in twee punten.

Voor deze snijpunten met de x -as geldt: $y = f(x) = 0$.

De berekening van de snijpunten gaat als volgt:

$$f(x) = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -2$$

Snijpunten met de x -as zijn dus $(0, 0)$ en $(-2, 0)$

7. Gegeven is de functie $h : x \rightarrow x^2 + 2x$.

Bereken de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van h met de x -as.

Tips!!



Voor je met **Methode 2** gaat werken, eerst nog even oefenen met het **wegwerken van haakjes**.

Het wegwerken van haakjes in $(x + 8)(x + 3)$ gaat als volgt:

$$(x + 8)(x + 3) = x^2 + 3x + 8x + 24 = x^2 + 11x + 24$$

Zo is $(x - 2)(x + 4) = x^2 + 4x - 2x - 8 = x^2 + 2x - 8$

8. Herleid:

a) $(x - 2)(x + 3) =$

b) $(x + 1)(x - 5) =$

c) $(x + 7)(x + 4) =$

d) $(x - 4)(x - 3) =$

Tips!!



Oplossen van kwadratische vergelijkingen: Methode 2.

Bij het ontbinden in factoren via de **som- productmethode** is het de bedoeling $x^2 + 11x + 24$ te herschrijven als $(x + 8)(x + 3)$. Via deze methode kunnen kwadratische vergelijkingen worden opgelost. Voorbeeld:

Los op: $x^2 - 5x + 6 = 0$

som = -5 en product = 6

-2 en -3 zijn de gezochte getallen,
want $-2 \cdot -3 = 6$ en $-2 + -3 = -5$.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ of } x - 3 = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = 3$$

6	
1	6
-1	-6
2	3
-2	-3

Deze methode kun je alleen gebruiken als de kwadratische vergelijking begint met x^2 (dus bijvoorbeeld niet $-x^2$, $2x^2$ of $\frac{1}{3}x^2$).

Dus de kwadratische vergelijking moet staan in de vorm $ax^2 + bx + c = 0$, met $a = 1$.

9. Los op:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $x^2 + 7x - 8 = 0$

10. De grafiek van de functie $f(x) = x^2 - 8x - 20$ snijdt de x -as in twee punten.

Bereken de coördinaten van deze snijpunten.

Tips!!**Oplossen van kwadratische vergelijkingen: Methode 3.**

Er zijn kwadratische vergelijkingen die je niet met de som- productmethode (ontbinden in factoren) op kunt lossen.

vb. $x^2 + 6x = 6 = 0$

som = 6, product = 6

of $3x^2 + 2x + 4 = 0$

$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

som = $\frac{2}{3}$, product = $\frac{4}{3}$???

6	
1	6
-1	-6
2	3
-2	-3

Geen enkele combinatie geeft de goede antwoorden!

Met de **abc-formule** kun je elke kwadratische vergelijking oplossen.

Los op: $ax^2 + bx + c = 0$ (met $a \neq 0$).

1. Bereken eerst de Discriminant D met de formule $D = b^2 - 4ac$.

De waarde van D bepaalt het aantal oplossingen van de vergelijking.

$D > 0 \Rightarrow 2$ oplossingen, $D = 0 \Rightarrow 1$ oplossing, $D < 0 \Rightarrow 0$ oplossingen.

2. Bereken de oplossingen met: $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ of $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

vb. Los op: $2x^2 + 13x + 20 = 0$
 $a = 2, b = 13, c = 20$

1. $D = b^2 - 4ac = 13^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 169 - 160 = 9 \Rightarrow 2$ oplossingen.

2. $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-13 - \sqrt{9}}{4} = -4$ of $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-13 + \sqrt{9}}{4} = -2\frac{1}{2}$

vb. Los op: $x^2 + 6x + 12 = 0$
 $a = 1, b = 6, c = 12$

1. $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 36 - 48 = -12 \Rightarrow 0$ oplossingen.

De methode met de *abc*-formule maakt de twee eerder uitgelegde methoden overbodig.

11. Los op

- a) $4x^2 + 8x + 12 = 0$
- b) $3x^2 + 3 = 10x$
- c) $(3x + 1)(x - 6) = x^2$
- d) $-2x^2 + 5x - 2 = 0$

12.

- a) Bereken de snijpunten van de grafiek van de functie $g(x) = -x^2 + 3x - 8$ met de x -as (dus los op: $-x^2 + 3x - 8 = 0$).
- b) Maak een schets van de grafiek.

13.

- a) Bereken de snijpunten van de grafiek van de functie $h(x) = x^2 - 4x$ met de x -as.
- b) Maak een schets van de grafiek.

14.

- a) Bereken de snijpunten van de grafiek van de functie $j(x) = 2x^2 - 12x + 18$ met de x -as.
- b) Maak een schets van de grafiek.

Tips!!



Met (een deel van) de abc -formule kun je van een kwadratische functie ook eenvoudig de coördinaten van de top berekenen:

$$x_{top} = \frac{-b}{2a} \quad \text{en} \quad y_{top} = f(x_{top})$$

vb. Bereken de coördinaten van de top van de functie $f(x) = 4x^2 - 8x + 9$.

$$a = 4 \quad \text{en} \quad b = -8 \quad \text{dus} \quad x_{top} = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{8} = 1 \quad \text{en} \quad y_{top} = f(x_{top}) = f(1) = 5$$

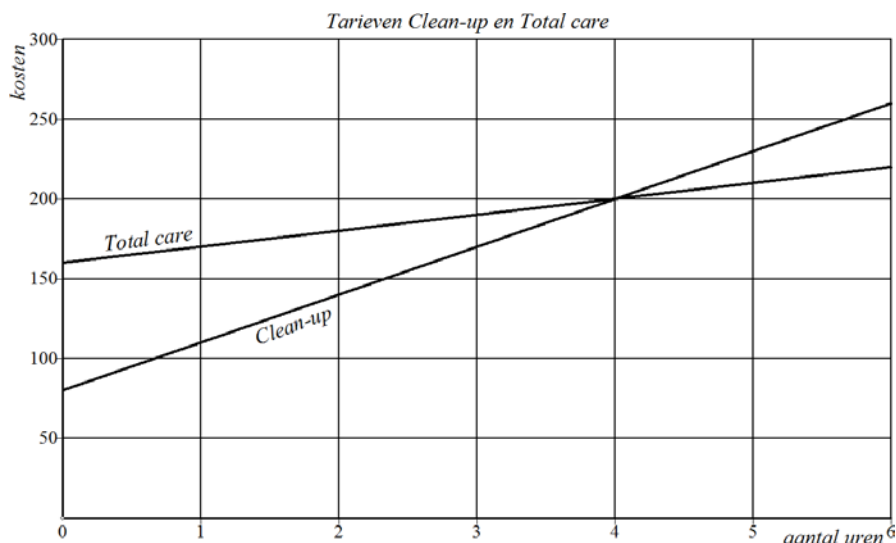
dus top = (1, 5)

15. Bereken de top van de volgende functies

- a) $f(x) = -x^2 + 9x - 12$
- b) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$
- c) $h(x) = -x^2 + 4x$
- d) $j(x) = x^2 + 9$

Lineaire ongelijkheden

1. In de tekening zie je de grafieken van de tarieven van twee schoonmaakbedrijven.



Clean-up: Kosten = $80 + 30 \times$ aantal uren

Total care: Kosten = $160 + 10 \times$ aantal uren

a) Los op: $80 + 30a = 160 + 10a$.

b) Bij welk aantal uren is Clean-up voordeliger dan Total care?

Tips!!



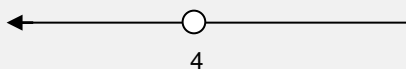
De vraag van opgave 1b) luidt in wiskundetaal:
voor welke a is $80 + 30a < 160 + 10a$?



deze vorm heet "ongelijkheid".

De oplossing van deze ongelijkheid is $a < 4$.

Getekend op de getallenlijn:



Het open rondje geeft aan dat 4 géén oplossing is.

Alle getallen kleiner dan 4 zijn wel oplossingen.

Een **lineaire ongelijkheid** los je op dezelfde manier op als een lineaire vergelijking, met één extra regel:

bij **delen** door een negatief getal moet je het ongelijkheidsteken omklappen.

Dus $<$ wordt $>$ en $>$ wordt $<$.

vb. Los op: $3(x + 4) > 7x - 6$

$$3x + 12 > 7x - 6$$

$$-4x + 12 > -6$$

$$-4x > -18$$

$$x < 4\frac{1}{2} \text{ (denk aan het omklappen van het teken!)}$$

2. Los op

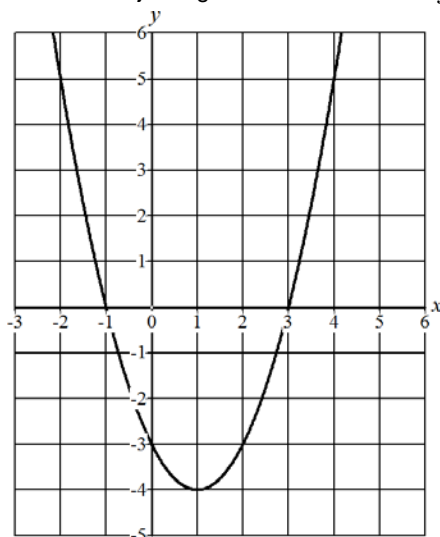
- a) $-4x > 12$
- b) $3x + 7 < 4x + 4$
- c) $\frac{1}{3}x + 4 > 4(\frac{1}{3}x - 2)$
- d) $7 - 2x > 5 + 3x$

3. Los op

- a) $2(x - 2) < 3(x - 1) - (2x - 1)$
- b) $4(x + 4) > 0$
- c) $\frac{1}{2}(3x + 5) < -\frac{2}{3}x + 7$
- d) $4(-x - 1) > 4x - 4$

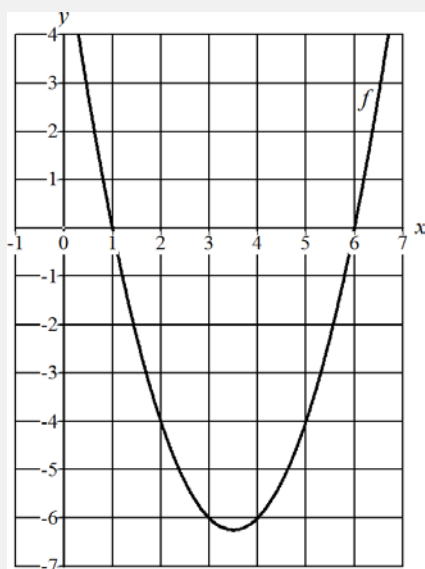
Kwadratische ongelijkheden

1. Hieronder zie je de grafiek van de functie $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

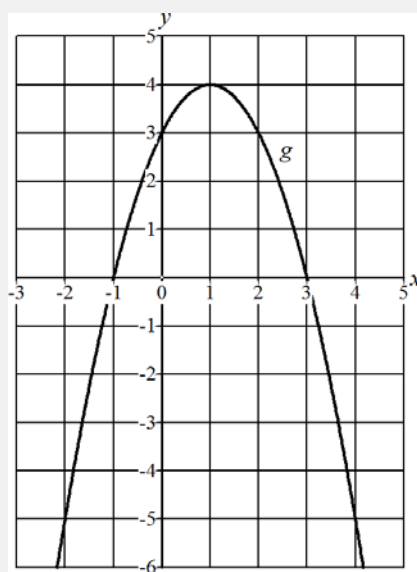
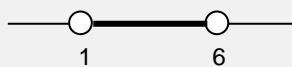


- a) Voor welke waarde(n) van x ligt de grafiek van f onder de x -as?
- b) Voor welke waarde(n) van x ligt de grafiek van f precies op de x -as?
- c) Voor welke waarde(n) van x ligt de grafiek van f boven de x -as?

Tips!!



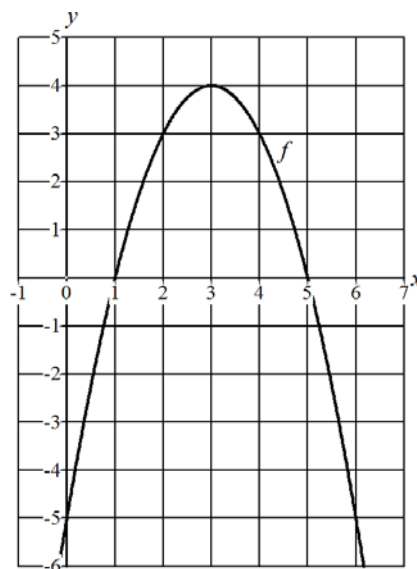
de grafiek van f onder de x -as
 $f(x) < 0$
 voor $1 < x < 6$
 dus x tussen 1 en 6



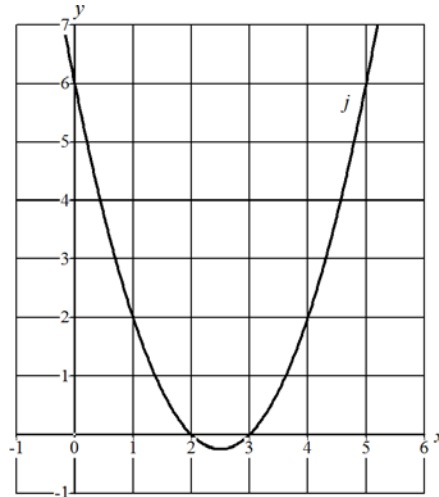
de grafiek van g onder de x -as
 $g(x) < 0$
 voor $x < -1$ of $x > 3$



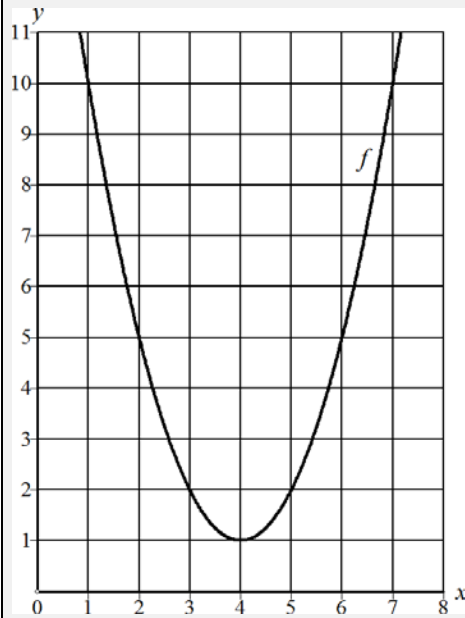
2.
 a) Los op: $f(x) > 0$.
 b) Teken de oplossing op een getallenlijn.



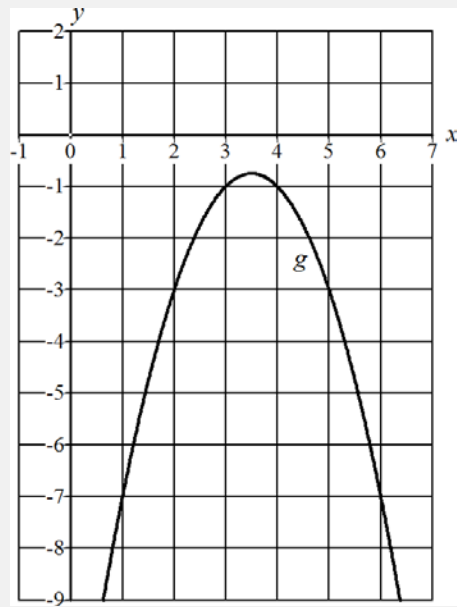
3. a) Los op: $j(x) < 0$.
 b) Teken de oplossing op een getallenlijn.



Tips!!

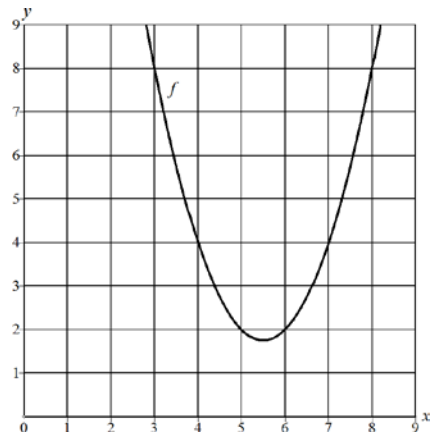


Voor elke waarde van x geldt:
 $f(x) > 0$

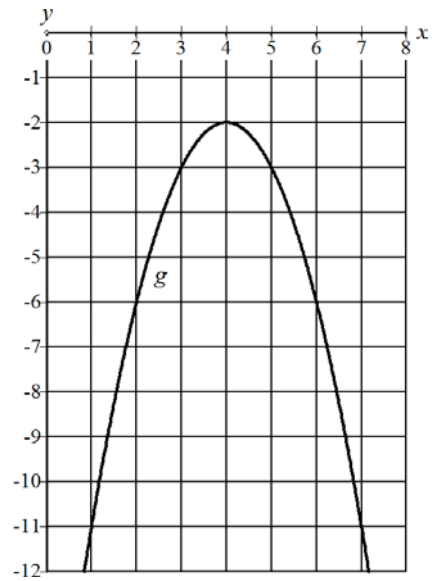


Voor géén enkele waarde van x geldt:
 $g(x) > 0 \Rightarrow 0$ oplossingen.

4. a) Los op: $f(x) < 0$.



b) Los op: $g(x) < 0$.



Tips!!

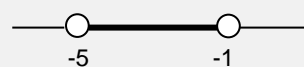
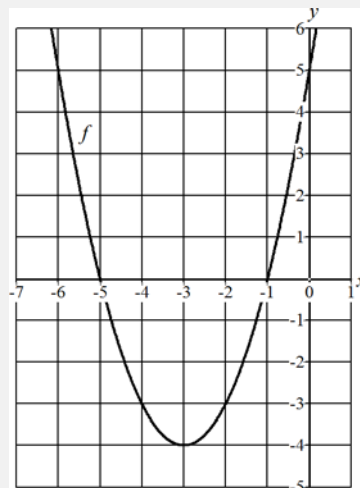


Het oplossen van een kwadratische ongelijkheid kan nauwkeuriger via een berekening.

vb. Los op: $x^2 + 6x + 5 < 0$

1. Noem linkerlid $f(x)$, dan $f(x) < 0$
2. Los eerst op $f(x) = 0$ $x^2 + 6x + 5 = 0$
 $(x+1)(x+5) = 0$ (ontbinden met som- product methode!)
 $x+1=0$ of $x+5=0$
 $x = -1$ of $x = -5$

4. Schets de grafiek van f en kleur het gedeelte van de x -as waar de grafiek onder de x -as ligt.



4. Geef het antwoord: $-5 < x < -1$

5. Los op

a) $x^2 - 9x + 18 > 0$

b) $-x^2 - 2x > 0$

c) $3x^2 + 4x > x^2 - 2$

Tips!!



Los op: $-x^2 + 3x - 6 < 0$

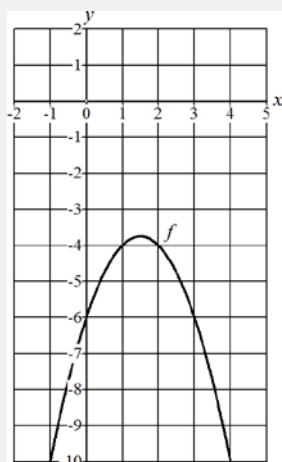
1. $f(x) < 0$

2. eerst $-x^2 + 3x - 6 = 0$

$a = -1, b = 3, c = -6$

$D = 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = -15 \Rightarrow$ geen oplossingen.

3.



4. voor elke waarde van x geldt $-x^2 + 3x - 6 < 0$

6. Los op

a) $x^2 + 4x + 5 > 0$

b) $3x^2 - 4x + 9 < 0$

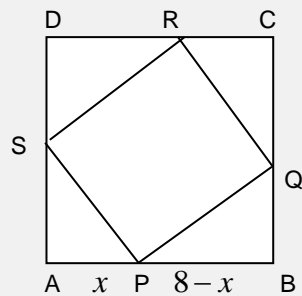
c) $-x^2 + 4x - 5 > 0$

Ter afronding.



Gegeven is het vierkant ABCD met zijden van 8 cm.
Binnen dit vierkant is een kleiner vierkant PQRS getekend.
 $AP = BQ = CR = DS = x$ cm.

- Neem $x = 2$ cm en bereken de oppervlakte van vierkant PQRS.
- Druk de oppervlakte van PQRS uit in x .
- Voor welke waarden van x is de oppervlakte van vierkant PQRS kleiner dan 30 cm^2 ?



Hoe ging het?



De laatste opdrachten gemaakt, met een diepe zucht dit blok afgerond?
Schrijf tot slot een kort verslag (half A4-tje) over je ervaringen.
Geef daarbij antwoord op de volgende vragen:

- Wat begreep je, wat ging goed?
- Wat begreep je niet zo best, wat ging minder goed?
- Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen en hoe ga je dat aanpakken?
- Hoe was je werkaanpak, op welke momenten ben je bezig geweest met dit blok?
- Kon je je goed concentreren bij het werk?
- Hoeveel tijd heb je besteed aan dit blok?

Lever het verslag in bij je docent. Hij bestudeert het en zal er met jou nog over spreken!!

Diagnostische toets bij blok 3

Even testen!



Nu je de leerstof van het blok hebt doorgewerkt, wordt het tijd om eens te testen of je alles goed begrepen hebt. Hieronder vind je een aantal opgaven over dit blok. Probeer ze zo goed mogelijk te maken!

Als je alle opgaven gemaakt hebt, mag je ze zelf nakijken en beoordelen. In het correctiemodel staat hoeveel punten je voor de toets kunt halen. Geef jezelf een cijfer!

Beheers je de leerstof? Als je nog vragen hebt, neem dan contact op met je docent! Veel succes!!

1. Los op

a) $5x - 4 = -3x + 4$

e) $2\frac{1}{5}a + 4 = -\frac{3}{4}a - 6$

b) $1,3y - 1 = -0,2y + 05$

f) $7 - x = -x - 7$

c) $1\frac{2}{3}p + 4 = -3\frac{1}{3}p$

g) $-(2x - 3) = x + 1$

d) $4(2x - 5) = 3x - 7$

h) $3(-3p - 3) = -3 + p$

2. Los op

a) $3(2x - 3) - 4(2x + 2) = -x$

b) $7x = -(-x - 1)$

c) $1\frac{1}{3}(p - 3) = -\frac{2}{3}p$

d) $4,2x - 0,7(-3 - 2x) = 3,1 - 0,2x$

3.

a) Teken lijn l met vergelijking $y = -2x - 2$.

b) Teken lijn m met vergelijking $y = x + 4$.

c) Lees uit de grafiek de coördinaten van het snijpunt van de lijnen af.

4. Los op

a) $x^2 + 3x = 0$

b) $-3x^2 + 6x - 9 = 0$

c) $x^2 - 8x = -7$

d) $(3x - 2)(x + 6) = x^2$

5. Los op

a) $-3x > x + 12$

c) $\frac{1}{2}(-6x - 4) > 2x + 6$

b) $\frac{1}{4}x + 4 < -\frac{3}{4}x + 2$

d) $4(-x - 1) < -(-x - 1)4$

6. Los op

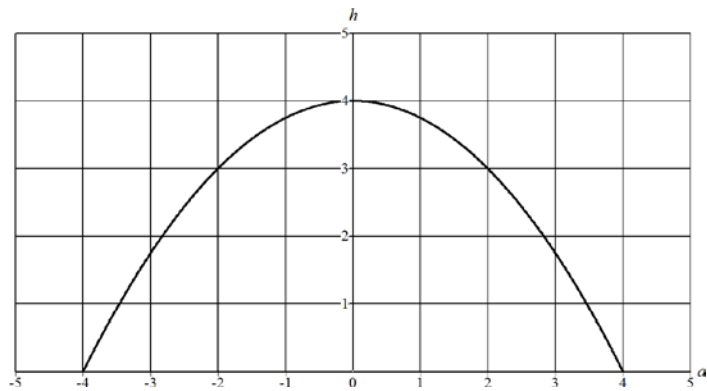
a) $x^2 - 4x + 3 > 0$

c) $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 > 0$

b) $-3x^2 - 3x - 3 < 0$

d) $-2x^2 - 2x - 2 < -2$

7. Hieronder zie je een tunnel getekend. De boog van de tunnel heeft de vorm van een parabool met de formule $h = -0,25a^2 + 4$. Hierin zijn h en a in meters.



- Henk moet met zijn vrachtwagen door de tunnel. De vrachtwagen is 2,5 meter breed. Bertus rijdt in het midden van de weg, hij weet dat hij dan precies door de tunnel kan. Hoe hoog is de vrachtwagen van Henk?
- Harry vervoert containers. Zijn vracht is in totaal 3 meter hoog. Hoe breed mag het transport maximaal zijn, om nog door de tunnel te kunnen?

Blok 4 Meetkunde



Intro!!

Je mooiste vakantiefoto's breng je naar de fotograaf voor een prachtige vergroting. Ingelijst en opgehangen, denk je nog heel vaak terug aan die mooie tijd.

Het is lastig om van de verkleinde tekeningen van de architect de echte maten van je nieuwe huis af te leiden.

Ook in de wiskunde krijg je te maken met vergrotingen (en verkleiningen). Kijk maar eens naar deze eenvoudige opgave.

*Het oude terras van Carel en Marianne is 3 x 4,5 meter groot.
Er liggen tegels op van 30 bij 30 cm. Hoeveel tegels passen er op het terras?*

*in de breedte: $3\text{ m} = 300\text{ cm}$
aantal tegels = $300 : 30 = 10$*

*in de lengte: $4,5\text{ m} = 450\text{ cm}$
aantal tegels = $450 : 30 = 15$*

Op het terras passen $10 \times 15 = 150$ tegels

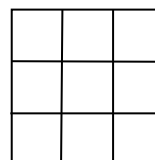
In de nieuwe tuin is het terras 2 x keer zo groot (in de lengte en in de breedte). De tegels die Carel en Marianne willen gebruiken om het terras te bestraten zijn 3 x zo klein. Hoeveel tegels passen er op het nieuwe terras?

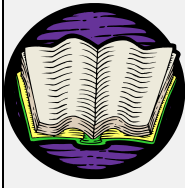
*elke grote tegel wordt vervangen door $3 \times 3 = 9$
nieuwe tegels*

in de breedte passen $2 \times 10 = 20$ oude tegels

in de lengte passen $2 \times 15 = 30$ oude tegels

*Op het nieuwe terras passen $20 \times 30 = 600$ oude tegels,
dit is $600 : 150 = 4$ x zoveel*





Wat ga je leren?

In dit blok leer je:

- rekenen met vergrotingen en verkleiningen in vlakke en ruimtelijke figuren;
- rekenen met gelijkvormige figuren en verhoudingstabellen;
- rekenen met de goniometrische verhoudingen tangens (ken je al, toch?), sinus en cosinus.

Dit blok is best groot en er staan veel opgaven in (wel leuke opgaven, hoor!!). Even doorbijten dus, dan komt het best goed! Ga maar snel aan het werk.

Je mag aan dit blok maximaal 8 klokuren werken.

Veel succes!!

Vergrotingen en verkleiningen

1.

- Teken een rechthoek van 4 bij 6 cm.
- Bereken de oppervlakte van de rechthoek.
- Teken een rechthoek die 2x zo lang en 2x zo breed is.
- Bereken de oppervlakte van de vergrote rechthoek.
- Vul in: opp. vergrote rechthoek = ... opp. oorspronkelijke rechthoek.

2.

- Teken een cirkel met een straal van 6 cm.
- Bereken de oppervlakte van de cirkel.
- Teken een cirkel met een straal die 3x zo klein is.
- Bereken de oppervlakte van de verkleinde cirkel.
- Vul in: opp. verkleinde cirkel = ... opp. oorspronkelijke cirkel.

Tips!!



Voor alle vlakke figuren geldt:

als de figuur vergroot wordt met een factor n , dan wordt de oppervlakte van de figuur vergroot met een factor $n \cdot n = n^2$.

Vb. De afmetingen van een driehoek worden 5 keer zo groot, dan wordt de oppervlakte van de vergrote driehoek $5 \cdot 5 = 25$ keer zo groot.

De afmetingen van een vierkant worden 2 keer zo klein, ofwel $\frac{1}{2}$ keer zo groot, dan wordt de oppervlakte van het verkleinde vierkant $2 \cdot 2 = 4$ keer zo klein, ofwel $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ keer zo groot.

- Een parallellogram met een oppervlakte van 16 cm^2 wordt vergroot. Het nieuwe parallellogram heeft een oppervlakte van 400 cm^2 .
 - Hoeveel keer zo groot is de oppervlakte geworden?
 - Bereken de vergrotingsfactor.

4. Op de bouwtekening van de architect is de oppervlakte van de woonkamer $28,2 \text{ cm}^2$. In het echt is de oppervlakte van de woonkamer $44,1 \text{ m}^2$.
- Hoeveel keer zo groot is de oppervlakte van de echte woonkamer?
 - Bereken de vergrotingsfactor.
 - Op welke schaal is de tekening gemaakt?

Tips!!



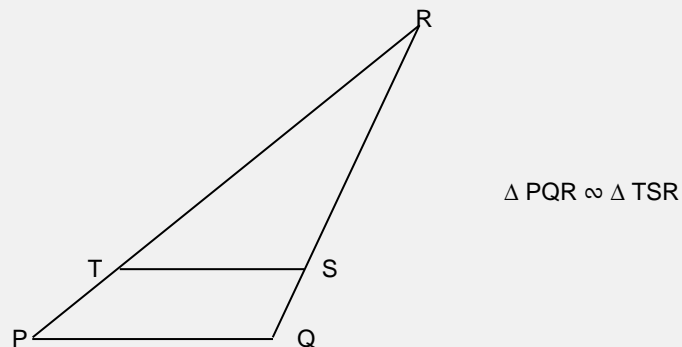
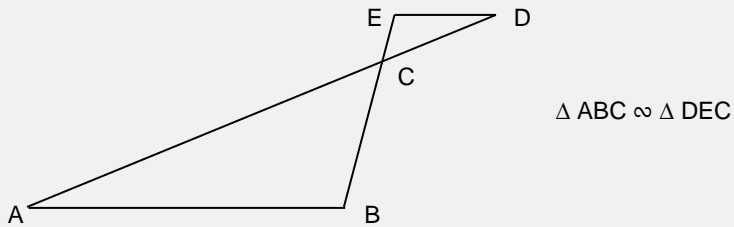
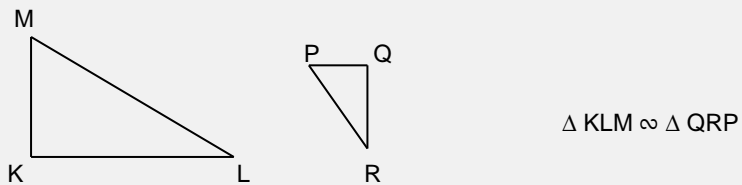
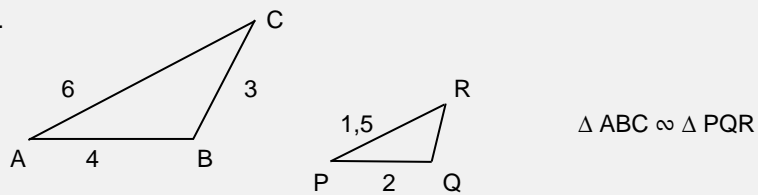
Bij een vergroting zijn origineel en beeld gelijkvormig (\sim).

Dat wil zeggen:

- de overeenkomstige hoeken zijn gelijk;
- de overeenkomstige zijden passen in een verhoudingstabel.

KL	LM	MK	→ verhoudingstabel
QR	RP	PQ	

vb.

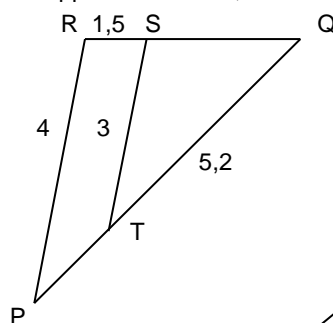


5.

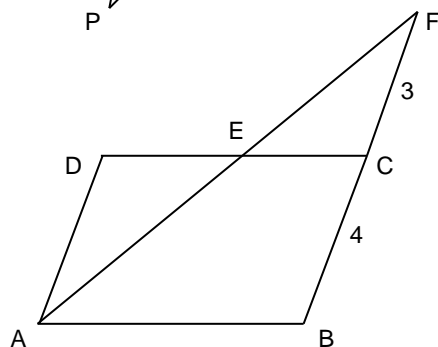
- a) Vul in: driehoek ... is gelijkvormig met driehoek (zie figuur hieronder).
 b) Vul de verhoudingstabel in.

PQ	QR	RP

- c) Bereken PQ.
 d) $\triangle PQR$ is een vergroting van $\triangle TQS$. Bereken de vergrotingsfactor.
 e) $\triangle PQR$ heeft een oppervlakte van $6,5 \text{ cm}^2$. Bereken de oppervlakte van $\triangle TQS$.



6.



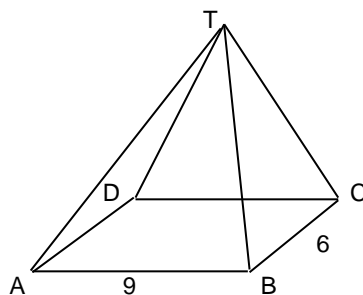
De oppervlakte van $\triangle ABF = 25 \text{ cm}^2$. Bereken de oppervlakte van $\triangle ECF$.

7.

- a) Teken een kubus met ribben van 2 cm.
 b) Bereken de inhoud van de kubus.
 c) Teken een kubus die 2x zo lang, 2x zo breed en 2x zo hoog is.
 d) Bereken de inhoud van de vergrote kubus.
 e) Vul in: inhoud vergrote kubus = ...x inhoud oorspronkelijke kubus.

8.

- a) Bereken de inhoud van de piramide die hieronder getekend is.
 b) Alle afmetingen worden met een factor 3 verkleind. Bereken de inhoud van de verkleinde piramide.



hoogte piramide = 12 cm.

Tips!!

Voor alle ruimtelijke figuren geldt:
als de figuur wordt vergroot met een factor n , dan wordt de inhoud van de figuur vergroot met een factor $n \cdot n \cdot n = n^3$.

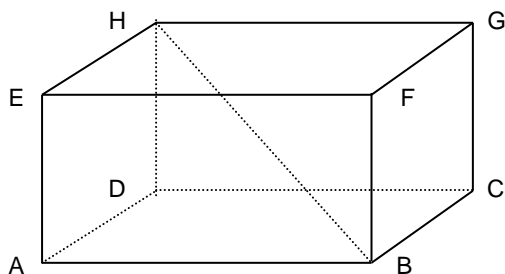
Vb. De afmetingen van een prisma worden 3 x zo groot, dan wordt de inhoud van het prisma $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ x zo groot.

De afmetingen van een cilinder worden 4 x zo klein, ofwel $\frac{1}{4}$ x zo groot, dan wordt de inhoud van de cilinder $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$ x zo klein, ofwel $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ x zo groot.

9. In een blik moet 1 liter (= 1000 cm³) soep kunnen. Een fabriek maakt blikken met een straal van 3 cm en een hoogte van 5 cm.
- a) Bereken de inhoud van het blik in liters.

De directeur van de fabriek beweert dat, door alle maten 2 x zo groot te maken, er meer dan 1 liter soep in het blik kan.

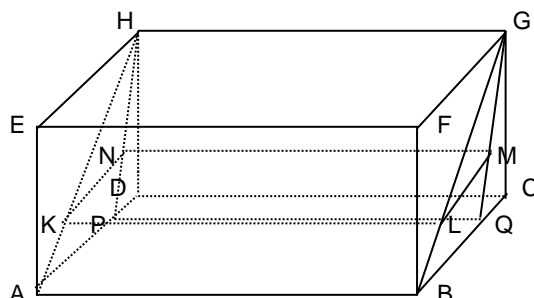
- b) Heeft de directeur gelijk? Licht je antwoord toe met een berekening.
10. Van de balk ABCD EFGH is AB = 8, AD = 5 en AE = 4 cm.
- a) Bereken de lengte van lichaamsdiagonaal BH in de balk ABCD EFGH.
- b) De balk wordt met een factor 3 vergroot. Wat gebeurt er met de lengte van de lichaamsdiagonaal? Licht je antwoord toe met een berekening.



11. Bereken de inhoud van figuur APNK BQML.
AB = 10, AD = 6, AE = 5, AP = 4, AK = 1.

Aanwijzingen:

- bereken eerst de oppervlakte van $\triangle APH$
- bereken dan de inhoud van prisma APH BQG
- vul in: $\triangle APH$ is $\triangle KNH$
- bereken de inhoud van prisma KNH LMG
- bereken de inhoud van APNK BQML.



Goniometrische verhoudingen

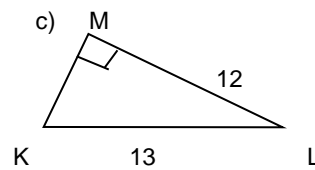
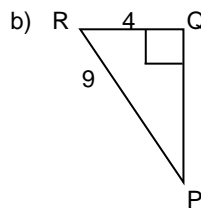
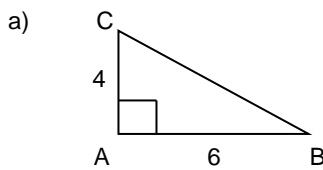
Intro



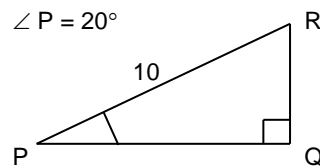
Met goniometrische verhoudingen kun je de lengte van zijden en de grootte van hoeken berekenen in vlakke en ruimtelijke figuren.

Vooral in de landmeetkunde en de architectuur wordt veel gebruik gemaakt van goniometrie.

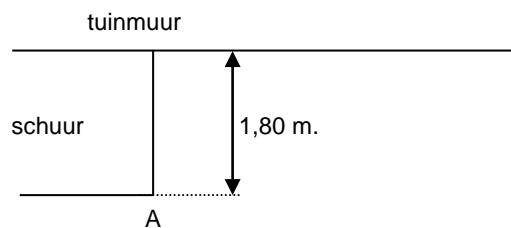
1. Bereken met behulp van de stelling van Pythagoras de lengte van gevraagde zijden in deze driehoeken.



2. Kun je met de stelling van Pythagoras de lengte van PQ berekenen in deze driehoek? Licht je antwoord toe.



3. Mannus wil een hangmat hangen in zijn tuin. De hangmat is 3,80 meter lang en moet strak opgehangen worden. De eerste haak hangt Mannus in de muur van het schuurtje (in het hoekpunt A van de tekening). Op welke afstand van de schuur moet Mannus de tweede haak in de tuinmuur bevestigen?



Tips!!



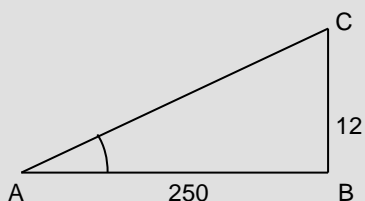
Het **hellingsgetal** geeft aan hoe steil een helling is.
Hoe steiler de helling, hoe groter het hellingsgetal.

$$\text{Hellingsgetal} = \frac{\text{verticale afstand}}{\text{horizontale afstand}}$$

Het hellingsgetal wordt ook wel **tangens** genoemd, de tangens van de hellingshoek.

$$\text{dus: tangens hellingshoek} = \frac{\text{verticale afstand}}{\text{horizontale afstand}}$$

vb.



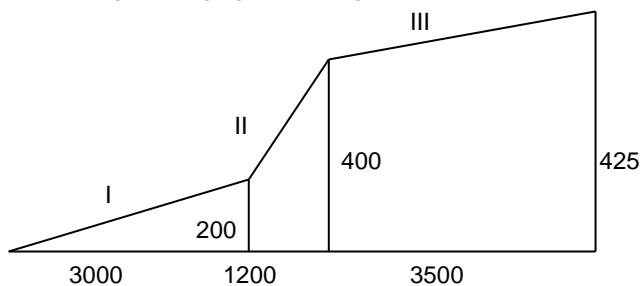
$\angle A =$ hellingshoek.

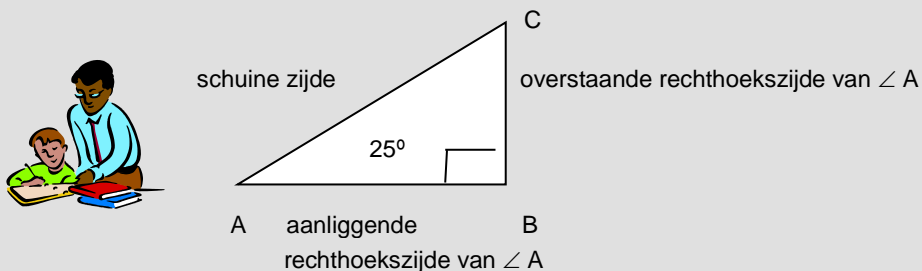
$$\tan \angle A = \frac{\text{verticale afst.}}{\text{horizontale afst.}} = \frac{12}{250} = 0,048$$

Op verkeersborden staat in procenten hoe steil de helling is.

In dit voorbeeld $0,048 \times 100\% = 4,8\%$ (afgerond 5%).

4. Hanneke loopt in Frankrijk door de Alpen. Ze beklimt drie hellingen.
Bereken voor elke helling het stijgingspercentage.



Tips!!**Van hoek naar tangens**

Bij een hellingshoek van 25° hoort $\tan 25^\circ = 0,466$

Je kunt dit uitrekenen met je rekenmachine: $\tan 25 =$ of $25 \tan =$

Van tangens naar hoek.

$$\tan \angle A = \frac{\text{verticale afst.}}{\text{horizontale afst.}} = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\text{aanliggende rechthoekszijde van } \angle A}$$

vb. $\tan \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$

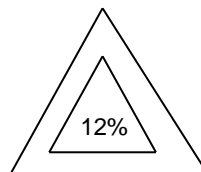
$\angle A = 31^\circ$ (hoeken altijd afronden op hele graden).

Je kunt dit uitrekenen met je rekenmachine: $3 : 5 = 2nd \tan$

5. Bereken in twee decimalen

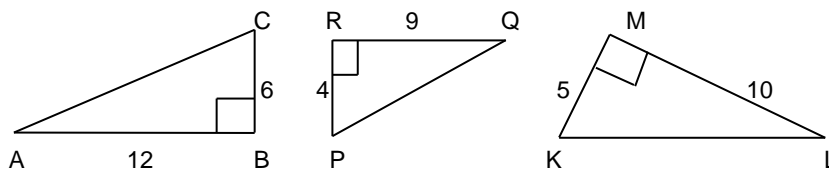
- $\tan 38^\circ$
- $\tan 1^\circ$
- $\tan 89^\circ$
- $\tan 45^\circ$

6. Langs een weg staat dit verkeersbord.
Welke hellingshoek hoort bij deze weg?

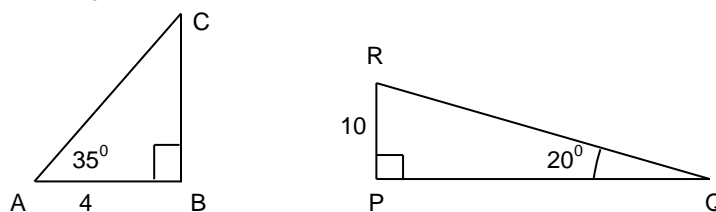


7. Janny fietst op een helling met een hellingshoek van 9° . De horizontale verplaatsing is 2300 meter. Bereken het hoogteverschil (de verticale verplaatsing) van deze afdaling.

8. Bereken de grootte van de hoeken A, Q en K in deze driehoeken.



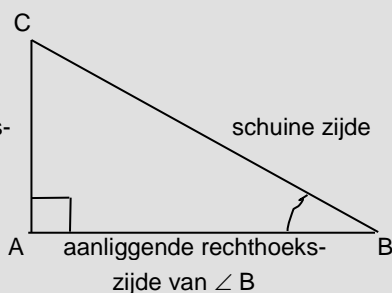
9. Bereken de lengte van BC en van PQ in twee decimalen.



Tips!!



overstaande rechthoeks-
zijde van $\angle B$



In een rechthoekige driehoek geldt voor de verhoudingen tussen de zijden:

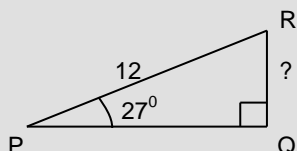
$$\sinus \angle B = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cosinus \angle B = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{tangens } \angle B = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{AC}{AB} \quad \text{ofwel } \mathbf{sos\ cas\ toa}$$

Met behulp van sinus, cosinus en tangens kun je de lengte van zijden en de grootte van hoeken berekenen in rechthoekige driehoeken, mits er voldoende gegevens bekend zijn.

vb.



Bereken de lengte van zijde QR.

1. Bepaal of je gebruik maakt van sinus, cosinus of tangens.

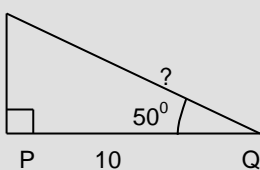
$$\tan 27^\circ = \frac{QR}{PQ} \Rightarrow \text{twee onbekenden, dus tan } \mathbf{niet} \text{ gebruiken.}$$

$$\cos 27^\circ = \frac{PQ}{12} \Rightarrow \text{hiermee kun je niet (rechtstreeks) QR berekenen, dus } \mathbf{niet} \text{ gebruiken.}$$

2. QR berekenen met sinus: $\sin 27^\circ = \frac{QR}{12}$

$$QR = 12 \times \sin 27^\circ \approx 5,45.$$

vb. R



Bereken de lengte van zijde QR.

1. Bepaal of je gebruik maakt van sinus, cosinus of tangens.

$$\tan 50^\circ = \frac{RP}{10} \Rightarrow \text{hiermee kun je niet (rechtstreeks) QR berekenen, dus } \mathbf{niet} \text{ gebruiken.}$$

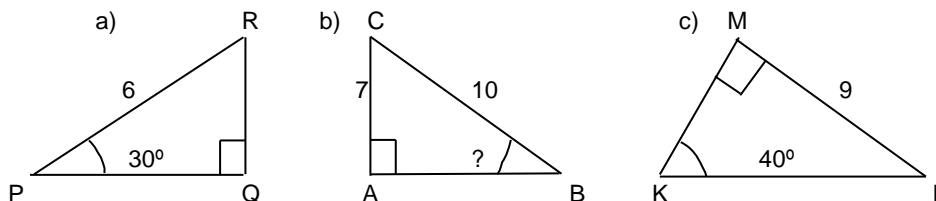
$$\cos 50^\circ = \frac{10}{QR} \Rightarrow \text{hiermee kun je QR berekenen.}$$

2. QR berekenen met cosinus: $\cos 50^\circ = \frac{10}{QR}$

$$QR = \frac{10}{\cos 50^\circ} = \frac{10}{0,642} \approx 15,56$$

(Stap 1 hoef je niet helemaal op papier uit te werken, maar kun je ook "in gedachten" doen).

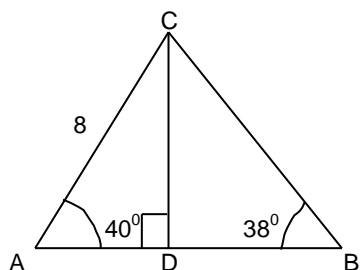
10. Bereken de lengte van de gevraagde zijden en de grootte van de gevraagde hoeken in deze driehoeken.



11. Van $\triangle ABC$ is $\angle A = 35^\circ$, $AB = 7$ en $\angle B = 90^\circ$.

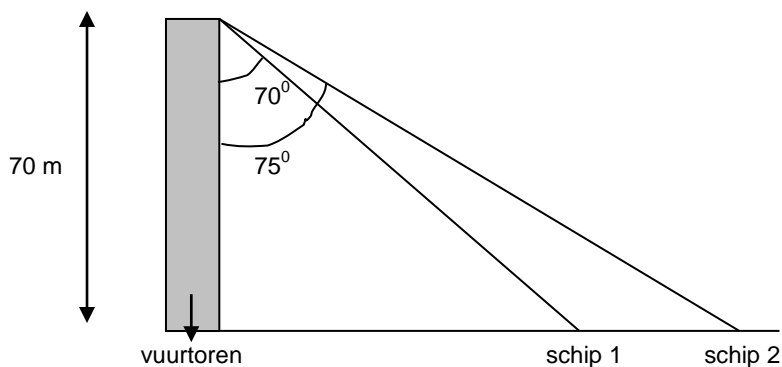
- a) Maak een schets van de driehoek.
b) Bereken de lengte van AC in twee decimalen.

- 12.



Bereken de lengte van AB in twee decimalen.

- 13.

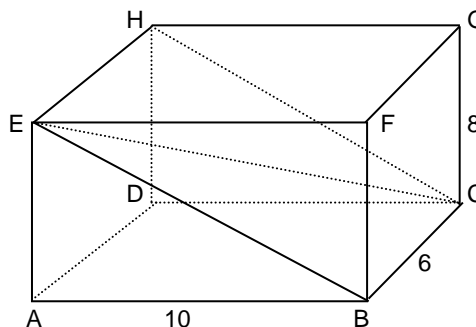


Een vuurtorenwachter ziet twee schepen liggen, precies in westelijke richting. Hoe ver liggen beide schepen uit elkaar?

14. Bereken $\angle BEC$ in de balk.

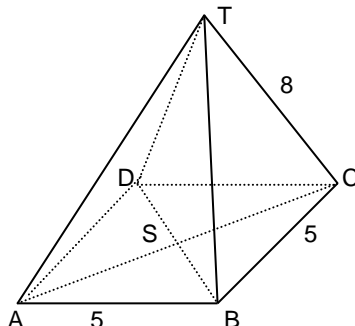
Aanwijzing:

- schets het diagonaalvlak $EBCH$
- bereken BE
- bereken $\angle BEC$ met de juiste goniometrische verhouding



15.

- Bereken de hoogte ST van de piramide $TABCD$.
- Bereken $\angle SBT$.

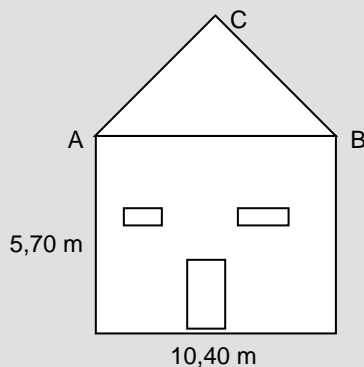


Ter afronding.



Henk gaat een huis bouwen. Van de gemeente mag het huis niet hoger worden dan 8,5 meter. Het dak is symmetrisch.

- Onder welke hellingshoek moet het dak gebouwd worden?
- Hoe lang moeten de dakplaten AC zijn, waarmee het dak gebouwd moet worden?



Hoe ging het?



De laatste opdrachten gemaakt, met een diepe zucht dit blok afgerond? Schrijf tot slot een kort verslag (half A4-tje) over je ervaringen. Geef daarbij antwoord op de volgende vragen:

- Wat begreep je, wat ging goed?
- Wat begreep je niet zo best, wat ging minder goed?
- Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen en hoe ga je dat aanpakken?
- Hoe was je werkaanpak, op welke momenten ben je bezig geweest met dit blok?
- Kon je je goed concentreren bij het werk?
- Hoeveel tijd heb je besteed aan dit blok?

Lever het verslag in bij je docent. Hij bestudeert het en zal er met jou nog over spreken!!

Diagnostische toets bij blok 4

Even testen!



Nu je de leerstof van het blok hebt doorgewerkt, wordt het tijd om eens te testen of je alles goed begrepen hebt. Hieronder vind je een aantal opgaven over dit blok. Probeer ze zo goed mogelijk te maken!

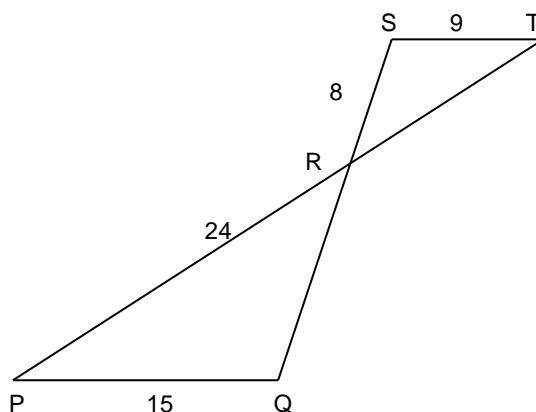
Als je alle opgaven gemaakt hebt, mag je ze zelf nakijken en beoordelen. In het correctiemodel staat hoeveel punten je voor de toets kunt halen. Geef jezelf een cijfer!

Beheers je de leerstof? Als je nog vragen hebt, neem dan contact op met je docent! Veel succes!!

1. Een weiland op de kaart van de gemeente heeft een oppervlakte van 24 cm^2 . In werkelijkheid heeft het weiland een oppervlakte van 3000 m^2 . Op welke schaal is de gemeentekaart getekend?

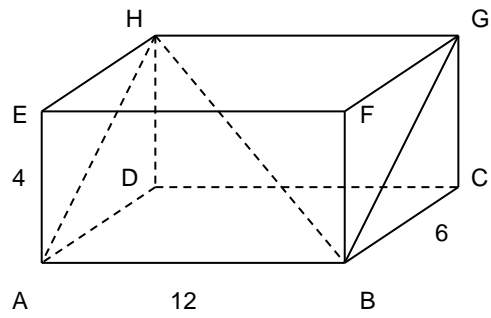
Licht je antwoord toe.

2.



- a) Bereken de lengte van QR en RT. Maak daarvoor eerst een verhoudingstabel.
 - b) De oppervlakte van $\triangle PQR$ is 145 cm^2 . Bereken de oppervlakte van $\triangle TSR$.
3. Van een balk ABCD EFGH is $AB = 6$, $AD = 4$ en $AE = 7 \text{ cm}$. Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal BH.
 4. Een weg heeft een gemiddeld stijgingspercentage van 7%. Welke hellingshoek hoort bij deze weg?
 5. Van een driehoek PQR is $\angle P = 50^\circ$, $PQ = 10 \text{ cm}$ en $\angle R = 90^\circ$.
 - a) Maak een schets van de driehoek.
 - b) Bereken de lengte van PR en QR in twee decimalen.

6. Bereken $\angle HBG$ in de balk ABCD EFGH.
Tip: schets eerst het diagonaalvlak ABGH en bereken de lengte van BG.



Blok 5 Statistiek

Intro!!



Het Centraal Bureau voor de Statistiek brengt ieder jaar een statistisch zakboek uit. In dit boek vind je honderden bladzijden met gegevens over alles wat je maar weten wilt.

Ook in de wiskunde kom je veel opgaven tegen over statistieken. Kijk maar eens naar deze eenvoudige opgave.

In het televisieseizoen '00-'01 keek 38,5% van de volwassen Nederlanders (10,2 miljoen mensen) naar de publieke televisiezenders Nederland 1, 2 en 3. In het seizoen daarvoor was dat nog 37,2%.

a) Hoeveel mensen keken er in '00-'01 meer naar de publieke omroep?

$$\text{toename} = 38,5\% - 37,2\% = 1,3\%$$

$$1,3\% \text{ van } 10,2 \text{ miljoen} = 0,1326 \text{ miljoen ofwel } 132.600 \text{ mensen.}$$

b) Met hoeveel procent is het marktaandeel van de publieke zenders toegenomen?

$$\text{"oud" percentage} = 37,2\%$$

$$\text{"nieuw" percentage} = 38,5\%$$

$$\text{toename} = 38,5\% - 37,2\% = 1,5\%$$

$$\text{procentuele toename} = \frac{\text{nieuw} - \text{oud}}{\text{oud}} \times 100\% = \frac{38,5 - 37,2}{37,2} \times 100\% =$$

$$3,49\%$$

Wat ga je leren?



In dit blok leer je

- gegevens verwerken volgens de regels van de statistiek, via de klassenindeling;
- procentuele afname en toename berekenen;
- voorspellingen doen door goed te kijken naar gegevens in een grafiek: inter- en extrapoleren.

Het laatste blok, niet echt lang en met hele praktische opgaven.

Nog even de schouders eronder voor de laatste loodjes.

Je mag aan dit blok maximaal 4 klokuren werken.

Veel succes!!

Klassen en klassenindeling

1. Op scholengemeenschap het Breed College wordt per klas het aantal leerlingen geteld met een bril op. Het resultaat is verwerkt in de volgende frequentietabel:

aantal personen	1	2	3	4	5	6
frequentie	12	27	39	19	9	4

- Bereken het gemiddelde aantal bril dragers per klas. Rond je antwoord af op twee decimalen.
 - Wat is de modus?
 - Wat is de mediaan?
 - In hoeveel procent van de klassen zitten meer dan 3 bril dragende leerlingen? Rond je antwoord af op twee decimalen.
2. Op scholengemeenschap het Breed College zitten 345 brugklasleerlingen. Voor een project in de wiskundeles willen Joost en Anne weten hoeveel cd's elke brugklasleerling heeft. Ze organiseren een enquête.
Joost en Anne denken vooraf na over de resultaten van de enquête.
- Hoeveel verschillende antwoorden mogen ze verwachten?
 - Is het handig een zelfde soort frequentietabel te maken als bij opgave 1? Licht je antwoord toe.

Tips!!



Als je in een enquête veel verschillende antwoorden krijgt, kun je handig gebruikmaken van een klassenindeling.

aantal klassen $\approx \sqrt{\text{aantal waarnemingsgetallen}}$

spreidingsbreedte = grootste waarnemingsgetal - kleinste waarnemingsgetal

klassenbreedte \approx spreidingsbreedte : aantal klassen

Let op!!

Zorg dat alle waarnemingsgetallen in een klasse zitten.

30 -< 35 betekent: de getallen 30, 31, 32, 33 en 34

35 -< 40 betekent: de getallen 35, 36, 37, 38 en 39

et cetera.

3. Joost en Anne hebben de leerlingen van de twee havo-brugklassen van het Breed College gevraagd naar de leeftijd van hun vader. De resultaten zie je hier:

30	37	42	42	41	37	45	43	41	37
32	50	48	47	41	37	42	31	44	46
51	39	35	36	42	43	53	45	44	37
41	39	38	42	43	46	50	50	48	42
49	39	32	45	43	48	50	51	32	33

- a) Maak een klassenindeling. Neem als klassen 30 -< 35, 35 -< 40, et cetera.
Ga eerst turven:

klassen	frequentie
30 -< 35	
35 -< 40	
et cetera	

- b) In welke klasse ligt de mediaan?
c) Teken een histogram bij deze klassenindeling.
d) Hoeveel procent van de vaders is jonger dan 40 jaar?
4. Joost en Anne stellen ook nog een "gevoelige" vraag aan de leerlingen van de twee havo-brugklassen. Ze willen weten wat het maandsalaris is van de moeders van de leerlingen. Natuurlijk willen sommige leerlingen geen antwoord geven op deze vraag, anderen weten het antwoord niet of hebben een moeder die niet buitenshuis werkt.
De resultaten zie je hier (in euro's).

1420	1805	3200	2275	2135
3724	2250	2215	2600	3053
3600	1450	1485	1910	1725
3505	3615	1856	1555	1255
2300	2350	1550	1732	4120

- a) Maak een klassenindeling. Bepaal zelf het aantal klassen en de klassenbreedte.
b) In welke klasse ligt de mediaan?
c) Welke klasse is de modale klasse?
5. Joost en Anne hebben ook een vraag gesteld over de kleur van de auto waarin hun ouders rijden.
Kun je de antwoorden op deze vraag verwerken via een klassenindeling? Licht je antwoord toe.
6. Het resultaat van de vraag naar het aantal elektrische apparaten in huis staat in onderstaande tabel. Kun je nauwkeurig het gemiddelde aantal apparaten per huis uitrekenen? Licht je antwoord toe.

klassen	frequentie
0 -< 5	2
5 -< 10	4
10 -< 15	9
15 -< 20	12
20 -< 25	10

Afronden, procentuele toe- en afname

1. Kleine getallen moet je anders afronden dan grote getallen.
- a) In onze straat wonen 237 mensen. Hoe rond je dit getal af?
b) In de provincie Noord-Brabant leven 15.972.431 varkens. Hoe rond je dit getal af?
Je mag niet altijd de "gewone" regels voor afronden gebruiken.
c) We gaan met 32 mensen waterfietsen. Op elke fiets is plaats voor 5 personen. Hoeveel fietsen heb je nodig? Hoe rond je af?

Tips!!

Voor afronden op twee decimalen geldt:
Kijk naar het derde cijfer achter de komma.

Is dit cijfer 0, 1, 2, 3 of 4: naar **beneden** afronden.

Bijvoorbeeld: 32,47492 → 32,474 → 3,47

Is dit cijfer 5, 6, 7, 8 of 9: naar **boven** afronden.

Bijvoorbeeld: 8,895199 → 8,895 → 8,90

2. Rond af op twee decimalen
 - a) 21,214
 - b) 0,97909
 - c) 100,0094
 - d) 12,74299

3. Schrijf zelf de regels op voor het afronden op één decimaal.

4.
 - a) 27 van de 123 leerlingen heeft een scooter. Hoeveel procent is dit?
 - b) Bij de voetbalclub zijn 44 van de 470 leden vrouw. Hoeveel procent is dit?
 - c) 23 van de 74 artikelen in de snackbar zijn duurder dan 1 euro. Hoeveel procent is dit?

5.
 - a) Het aantal auto's in de straat is toegenomen van 34 naar 43. Hoeveel procent is dit?
 - b) Het ledental van de toneelvereniging is afgenomen van 78 naar 57.
Hoeveel procent is dit?
 - c) De tennisvereniging had in 2000 176 leden. In 2001 is het aantal leden met 17 toegenomen. Hoeveel procent is dit?

6.
 - a) Hoeveel is 12,8% van 1350?
 - b) Hoeveel is 0,4% van 224?
 - c) Hoeveel is 19,5% van 2567?

Tips!!

Een wasmachine is 13% ofwel € 150,- duurder geworden.

Wat is de oude prijs van de wasmachine?

toename in euro	150	11,538	1153,84
toename in %	13	1	100

: 13 x 100

De oude prijs is € 1153,84.

- 7.
- De korting op een cd is €2,50, ofwel 7%.
Wat is de oude prijs van de CD?
 - Een spijkerbroek wordt €9,50, ofwel 12% duurder.
Wat is de nieuwe prijs van de spijkerbroek?

Tips!!



Neemt een hoeveelheid met 19,5% toe, dan geldt:
 $NIEUW = 1,195 \times OUD$

Neemt een hoeveelheid met 6 % af, dan geldt:
 $NIEUW = 0,94 \times OUD$

- 8.
- Een tent wordt in de uitverkoop aangeboden met 22% korting en kost nu €320,95.
Hoeveel kostte de tent eerst?
 - Het aantal toeschouwers bij de wedstrijden van de Nederlandse hockeyclubs is in het seizoen 2010 - 2011 met 13% toegenomen tot 64.070, vergeleken met het seizoen daarvoor.
Hoeveel toeschouwers waren er in het seizoen 2009 - 2010?

- 9.
- Tussen 2006 en 2010 is de winst van een bedrijf met 57% afgenomen tot €21.000.000,-.
Hoe hoog was de winst in 2006?
 - In 2020 verwacht men dat de wereldbevolking is toegenomen met 12% tot 7,6 miljard, vergeleken met het aantal in 2010.
Hoeveel mensen leefden er op aarde in 2010?

Interpoleren en extrapoleren

1. In de provincie Zeeland is het aantal campings geteld.

jaar	'65	'75	'85	'95
aantal	34	72	104	130

- Teken een grafiek bij deze gegevens.
- Schat het aantal campings in de provincie in 1980.
- Maak een schatting van het aantal campings in 2005.

Tips!!

INTERPOLEREN = het schatten van een tussenliggende waarde in een serie waarnemingsgetallen.

EXTRAPOLEREN = het schatten van een waarde, die buiten een serie waarnemingsgetallen ligt.

2. Kijk nog eens naar de gegevens van opgave 1.
 - a) Wat kun je het meest betrouwbaar doen, interpoleren of extrapoleren? Licht je antwoord toe.
 - b) De toename van het aantal campings wordt steeds kleiner. Geef hiervoor een aantal redenen.
3.
 - a) Beschrijf een voorbeeld van interpoleren uit het dagelijks leven.
 - b) Beschrijf een voorbeeld van extrapoleren uit het dagelijks leven.

Ter afronding.

Op een basisschool wordt gevraagd aan een groep leerlingen hoeveel uren per dag ze naar de televisie kijken.
De resultaten zie je in deze tabel.

aantal uren \ leeftijd	minder dan 1 uur	tussen 1 en 2 uur	tussen 2 en 3 uur	meer dan 3 uur
4 jaar	3	4	9	7
6 jaar	2	6	12	2
8 jaar	4	4	9	1
10 jaar	1	7	15	4
12 jaar	2	2	7	12

- a) Bereken hoeveel procent van alle leerlingen minder dan 2 uur per dag televisie kijkt. Rond af op 1 decimaal.
- b) Hoeveel procent van de leerlingen is 10 jaar of ouder en kijkt tussen de 2 en 3 uur per dag televisie? Rond af op 1 decimaal.
- c) Teken een staafdiagram van deze gegevens, uitgedrukt in procenten. Gebruik eventueel verschillende kleuren en/of gestapelde staven.

Hoe ging het?



De laatste opdrachten gemaakt, met een diepe zucht dit blok afgerond?
Schrijf tot slot een kort verslag (half A4-tje) over je ervaringen.
Geef daarbij antwoord op de volgende vragen:

1. Wat begreep je, wat ging goed?
2. Wat begreep je niet zo best, wat ging minder goed?
3. Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen en hoe ga je dat aanpakken?
4. Hoe was je werkaanpak, op welke momenten ben je bezig geweest met dit blok?
5. Kon je je goed concentreren bij het werk?
6. Hoeveel tijd heb je besteed aan dit blok?

Lever het verslag in bij je docent. Hij bestudeert het en zal er met jou nog over spreken!!

Diagnostische toets bij blok 5

Even testen!



Nu je de leerstof van het blok hebt doorgewerkt, wordt het tijd om eens te testen of je alles goed begrepen hebt. Hieronder vind je een aantal opgaven over dit blok. Probeer ze zo goed mogelijk te maken!

Als je alle opgaven gemaakt hebt mag je ze zelf nakijken en beoordelen. In het correctiemodel staat hoeveel punten je voor de toets kunt halen. Geef jezelf een cijfer!

Beheers je de leerstof? Als je nog vragen hebt, neem dan contact op met je docent! Veel succes!!

1. Een fanatieke supporter van FC United houdt bij hoeveel doelpunten het eerste elftal per competitiewedstrijd scoort. Aan het einde van het seizoen zet hij de gegevens in een tabel.

aantal doelpunten	0	1	2	3	4	5
frequentie	7	12	8	4	2	1

- a) Bereken het gemiddelde aantal doelpunten per wedstrijd. Rond je antwoord af op één decimaal.
 - b) Wat is de modus?
 - c) Wat is de mediaan?
 - d) Spits Hakan Torpunkt heeft in de competitie 11 doelpunten gescoord. Bereken in procenten het aandeel van Hakan in de score van zijn club.
2. De supporter heeft ook bijgehouden hoeveel keer FC United in de laatste vijftig seizoenen gescoord heeft. Het resultaat vind je in deze tabel

24	33	31	72	60	48	73	19	98	66
53	45	44	58	47	99	58	44	63	62
67	90	50	69	36	65	69	43	62	88
29	56	86	70	28	49	39	42	83	51
98	72	37	29	44	40	66	53	55	60

- a) Maak een klassenindeling. Bepaal zelf het aantal klassen en de klassenbreedte.
 - b) In welke klasse ligt de mediaan?
 - c) Welke klasse is de modale klasse?
3. Het gemiddelde aantal toeschouwers bij thuiswedstrijden van FC United is dit seizoen 1240 lager dan vorig seizoen. In procenten uitgedrukt is dit een afname van 8,2%. Hoeveel toeschouwers zagen dit seizoen gemiddeld de thuiswedstrijden van FC United?
 4. In de tabel zie je het aantal betalende leden van de supportersclub van FC United.

jaartal	1990	1995	2005	2010
aantal leden	340	400	540	640

- a) Teken een grafiek bij deze gegevens.
- b) Schat het aantal leden in 2000.
- c) Maak een schatting van het aantal leden in 2020.

Nawoord

Onze complimenten, je hebt alle vijf blokken doorgewerkt. Dat was een hele opgave. Hopelijk ben je er een stuk wijzer van geworden en heb je nu een goed idee van wat je moet kunnen en kennen om het vak wiskunde op de havo met succes te doen.

Mocht je samen met je docent/mentor en je ouders besluiten om naar de havo te gaan, dan wensen wij je veel succes toe in deze opleiding

Nico Alink en Jos Tolboom (eindredactie)

Certificaat

School

De leerling

heeft met succes aan de opstroommodule gewerkt en alle onderdelen gemaakt

Hij/zij heeft ook de eindtoets gemaakt. De uitslag daarvan is

Hij/zij heeft de volgende sterke punten in zijn/haar werk aan de module getoond:

Leerstof:

Gedrag en persoonlijke kwaliteiten:

.....

Hij/zij heeft bij de volgende punten getoond dat hij/zij daaraan nog verder moet werken om goed voorbereid en toegerust naar havo-4 op te stromen:

Leerstof:

Gedrag en persoonlijke kwaliteiten:

.....

Wij wensen je veel succes bij het verwezenlijken van je voornemen om naar havo-4 op te stromen.

Handtekening schoolleider

Handtekening begeleidende docent/decaan

SLO heeft als nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling een publieke taakstelling in de driehoek beleid, praktijk en wetenschap. SLO heeft een onafhankelijke, niet-commerciële positie als landelijke kennisinstelling en is dienstbaar aan vele partijen in beleid en praktijk.

Het werk van SLO kenmerkt zich door een wisselwerking tussen diverse niveaus van leerplanontwikkeling (stelsel, school, klas, leerling). SLO streeft naar (zowel longitudinale als horizontale) inhoudelijke samenhang in het onderwijs en richt zich daarbij op de sectoren primair onderwijs, speciaal onderwijs, voortgezet onderwijs en beroepsonderwijs. De activiteiten van SLO bestrijken in principe alle vakgebieden.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo