

## Modellen van/voor leren modelleren

Piet Lijnse

Emeritus hoogleraar natuurkundedidactiek<sup>1</sup>

### Inleiding

Aandacht voor modellen en modelleren in het natuurwetenschappelijk onderwijs is van alle tijden. Toch wordt er juist de laatste jaren meer dan anders over geschreven, recentelijk ook in dit tijdschrift. Desondanks kunnen we, naar mijn oordeel, nog steeds niet zeggen dat we didactisch nu zoveel verder gekomen zijn, met name ten aanzien van een didactiek voor 'leren modelleren', als dat laatste overigens überhaupt mogelijk is.

Wel is er inmiddels veel onderzoek gedaan waaruit naar voren komt dat zowel docenten (Van Driel, 1997) als leerlingen (Grosslight e.a., 1991; Vollebregt, 1998) allerlei problemen kunnen hebben met modellen. Schwarz & White (2005) schrijven bijvoorbeeld:

'There is ample evidence indicating that students may not understand the nature of models or the process of modeling even when they are engaged in creating and revising models'.

En dat dus ondanks vele vernieuwingsprojecten die zich nu juist daarop richten en gericht hebben. Het lijkt dus niet alleen zo te zijn dat modellen nog steeds grotendeels 'feitelijk' worden onderwezen, maar ook dat er meestal geen tot hooguit impliciete aandacht is voor modelleren.

De huidige nadruk op modellen en modelleren heeft, naar mijn indruk, drie belangrijke achtergronden. In de eerste plaats is er de recente constructivistische aandacht voor pre- en misconcepties van leerlingen. Deze worden immers gezien als voorbeelden van het feit dat mensen hun wereld voortdurend interpreteren met behulp van hun mentale modellen, en deze daardoor ook voortdurend bijstellen en verder ontwikkelen. Een tweede achtergrond is de huidige nadruk op het belang van wetenschapsfilosofie in het natuurwetenschappelijk onderwijs, wat resulteert in aandacht voor de aard van wetenschappelijke kennis in het algemeen en van wetenschappelijke modellen in het bijzonder. En tenslotte, als derde achtergrond, is er de huidige beschikbaarheid van computers, waardoor de mogelijkheden voor het creëren en testen van numerieke modellen enorm zijn toegenomen, niet alleen in de natuurwetenschap zelf, maar juist ook in het daarop voorbereidende onderwijs. De didactische verwevenheid van deze drie aspecten blijkt uit het feit dat ze in voorstellen voor onderwijsverbetering vaak samenkomen. Zo zou het als remedie tegen mogelijke misconcepties van leerlingen beter zijn om ze actief te betrekken in een modelleerproces, waarvoor computers uitstekende faciliteiten bieden, met als verondersteld resultaat dat leerlingen zowel beter inzicht zouden krijgen in de aard van natuurwetenschappelijke modellen, als in deze

modellen zelf. In de onderwijspraktijk is dit echter allesbehalve gemakkelijk te verwezenlijken (Clough, 2006). Zoals Schwarz en White (2005) schrijven:

'...teaching students about the nature of models and the process of modeling has proven to be difficult. Direct efforts at improving modeling knowledge have met with limited success'.

Het resulterende hoofdprobleem is dan ook nog steeds hoe dit, didactisch gezien, het beste gedaan kan worden. Kunnen we bijvoorbeeld het onderwijzen van modellen, van de aard van modellen en van modelleren niet op een functionele manier integreren, zodat deze doelen elkaar versterken? Wat houdt dat dan in voor de rol van de docent? En hoe kan het onderwijzen van 'leren modelleren', voor zover mogelijk, er dan in de praktijk uitzien? Bestaat er zoiets als een algemene 'modelleer competentie' en kan die op een explicietere manier onderwezen worden dan door leerlingen alleen aan een aantal modelleeractiviteiten te laten deelnemen? (Westra e.a, 2002). Op dit soort vragen wil ik verder ingaan, waarbij ik me wat de empirie betreft hoofdzakelijk zal baseren op een aantal Utrechtse 'design studies' waarin modelleren een essentiële rol speelde (Vollebregt, 1998; Kortland, 2001; Doorman, 2005; Westra, 2006; Ormel, 2009).

### **Wat is een model?**

Het is uiteraard niet mogelijk een overzicht te geven van wat hier allemaal over geschreven is. Daarom alleen enkele kanttekeningen die relevant zijn voor de rest van mijn betoog. Zo noemt Van Driel (1997) zeven modelkenmerken, die, kort weergegeven, op het volgende neerkomen:

1. Een model is altijd een model *van iets*, namelijk van een object van onderzoek;
2. Een model is een *hulpmiddel* bij onderzoek aan het betreffende object;
3. Een model vertoont een aantal *overeenkomsten* met het object van onderzoek;
4. Een model *verschilt* van het object van onderzoek vanwege toegepaste reducties;
5. Een model heeft een *compromiskarakter*, omdat 3 en 4 elkaar tegenwerken;
6. Een model is *niet rechtstreeks* van het object van onderzoek *afgeleid*;
7. Een model kan een *ontwikkeling* doormaken in de loop van een onderzoek.

Ik zou hier nog aan toe willen voegen dat een model altijd een *doel* heeft (beschrijven, verklaren, voorspellen, ofwel 'hanteerbaar' maken van het object van onderzoek) en een verondersteld geldigheidsgebied. Afhankelijk van het doel worden van eenzelfde object vaak verschillende modellen gemaakt. Bovenstaande expertkenmerken gaan steeds uit van een relatie tussen het model en het 'object van onderzoek', zonder echter aan te geven dat deze relatie niet onproblematisch is. Immers, in veel gevallen kennen we dit object van onderzoek niet anders dan door middel van het model dat we ervan gemaakt hebben. Zelfs zo dat we door het succes van het model eerst gaan geloven dat er een corresponderend object van onderzoek zou kunnen 'bestaan', en waarvan we dan overigens ook

niet zinvol kunnen zeggen hoe het wel of niet afwijkt van het model. Het is uiteraard niet eenvoudig deze kenmerken bondig samen te vatten in een sluitende definitie. Van Driel (1997) rapporteert dat docenten grotendeels de volgende algemene omschrijving van het modelbegrip in de natuurwetenschappen hanteren: 'Een model is een vereenvoudigde en/of schematische weergave van de werkelijkheid'. Ik vermoed dat veel fysici iets dergelijks zullen zeggen; in ieder geval zullen ze waarschijnlijk niet direct tot een definitie komen als:

'a scientific model is a set of representations, rules and reasoning structures that allow one to generate predictions and explanations' (Schwarz & White, 2005).

Hestenes (1987, 2007) heeft de laatste jaren het meest uitvoerig geschreven over modellen en modelleren en zelfs een 'Modeling Theory of Physics Instruction' ontwikkeld. Een theorie die mede gebaseerd is op het werk van Giere (1994). Hij gaat er daarbij van uit dat 'models are units of structured knowledge used to represent observable patterns in physical phenomena'. Volgens Hestenes start natuurwetenschappelijk modelleren met het identificeren van een *materieel systeem*, als een set van gerelateerde *objecten*. Afhankelijk van de relaties tussen en de eigenschappen van de objecten kan het systeem worden geclassificeerd als fysisch, chemisch of biologisch. De relaties tussen deze objecten bepalen de *structuur* van het systeem<sup>2</sup>. Hestenes gaat ervan uit dat in de natuurwetenschap kennis omtrent objecten in de werkelijkheid niet wordt verkregen door directe waarneming, maar door het construeren van conceptuele modellen om waarnemingen te interpreteren en objecten te representeren in onze geest. Een *conceptueel model* is dan gedefinieerd als een representatie van structuur in een materieel systeem. Zoals gezegd is de wijze waarop dit gebeurt afhankelijk van het *doel* van het model. Ieder model is een geïdealiseerde representatie van die structuur of structuren die relevant zijn voor het doel. Een model is *mathematisch* wanneer de systeemstructuur gerepresenteerd wordt met behulp van kwantitatieve variabelen (toestandsvariabelen en interactievariabelen), terwijl een procesmodel de temporele structuur representeert als een verandering van toestandsvariabelen. Hij maakt ook onderscheid tussen een *theorie* en een model. 'A scientific theory can be regarded as a system of design principles for modeling real objects'. Ofwel, met behulp van een theorie als 'a system of general principles' maak je een model van een bepaalde situatie<sup>3</sup>.

### En wat is modelleren?

'Physical understanding', aldus Hestenes, 'is a complex set of modelling skills, that is, cognitive skills for making and using models. The primary objective of physics teaching should therefore be to develop students' modelling skills for making sense of their own physical experience and evaluating information reported by others'. En dit doel bereiken we dus door leerlingen systematisch te laten modelleren. Dat wil zeggen door hen 'the cognitive process of applying the design principles of a theory to produce a model of some physical

object or process' op een of andere *systematische manier* te onderwijzen. In zijn meest eenvoudige vorm, bijvoorbeeld, door het modelleerproces te ordenen volgens aanwijzingen als: 'Identify the system', 'Identify the variables', of preciezer: 'Identify the properties of interest and specify variables to represent them'. In feite ontwikkelt Hestenes zo een systeem van heuristische regels voor modelleren als het oplossen van problemen (zie verder)<sup>4</sup>. In dit geval gaat het om modelleren als het toepassen van een reeds bekende wetenschappelijke theorie bij het oplossen van nieuwe problemen. Hij formuleert dus een modelleerstrategie in de vorm van een specifieke probleemoplosstrategie, die ook expliciet moet worden onderwezen, in aansluiting op de manier waarop de toe te passen theorie behandeld wordt. Hij richt zich in dit geval op wat je de *theorie-toepassende* rol van modelleren zou kunnen noemen.

Maar modelleren speelt ook een *theorie-genererende* rol en dus ook bij het ontwikkelen, c.q. leren, van een theorie. Hierop richten zich de meeste onderzoekers, waaronder Schwarz & White (2005), die, grotendeels in overeenstemming met Hestenes, modelleren omschrijven als:

'1. Embodying key aspects of theory and data into a model; 2. Evaluating that model using criteria such as accuracy and consistency; 3. Revising that model to accommodate new theoretical ideas or empirical findings'.

Om leerlingen hiermee vertrouwd te laten worden, ontwikkelden zij een onderwijsaanpak die leerlingen in staat zou moeten stellen 'to create (computer) models that express their own theories of force and motion, evaluate their models using criteria such as accuracy and plausibility, and engage in discussions about models and the process of modeling'. Zij wilden dus ook dat leerlingen een goed idee krijgen over wat een model is. In hun lessenreeks over het modelleren van mechanica besteedden ze daartoe expliciete aandacht aan wat zij 'meta-modelling knowledge' noemen. In een evaluatie werd leerlingen daarom bijvoorbeeld ook de volgende vraag voorgelegd: 'now can you tell me what you think scientific models are in general?' Zij waren heel tevreden met een antwoord als: 'A scientific model can be a theory or rule about what you think happens in real life, or it can be a representation of something. Any representation of a real thing like a car model, or a theory'. Maar is die tevredenheid wel terecht? In ieder geval lijken zij zich vooral te richten op 'scientific modeling as a theory building enterprise'. En ofschoon zij in hun onderwijs wel expliciet aandacht besteden aan de aard van modellen (door middel van criteria als: 'accuracy, plausible mechanism, utility, and consistency'), onderwijzen zij geen expliciete *modelleerstrategie*. En dat lijkt in eerste instantie, gegeven hun doel, ook te begrijpen. Immers in de 'context of discovery' is er geen sprake van een vooraf bekende tot succes leidende strategie.

Didactisch gezien kan de onderwijsstrategie van Schwarz & White, mijns inziens, gezien worden als een gematigd voorbeeld van wat wel 'expressive modeling' genoemd wordt. Deze term refereert aan een onderscheid dat vaak gemaakt wordt in de literatuur

(Bliss & Ogborn, 1989), tussen exploratief en expressief modelleren. Bij expressief modelleren ontwerpen leerlingen idealiter hun eigen modellen, dat wil zeggen dat zij in de eerste plaats geacht worden daarin hun eigen ideeën over de wereld uit te drukken en te testen. Het onderwijsprobleem wordt dan hoe deze ideeën zodanig te ontwikkelen dat ze gaan corresponderen met de begrippen en modellen die we willen onderwijzen. En tegelijk moeten we ons in zo'n expressieve didactiek ook afvragen hoe de gewenste kenmerken van modellen kunnen worden ontwikkeld vanuit al bij leerlingen aanwezige intuïties daarover. Dat stelt bijzondere eisen aan de te hanteren didactiek voor het door leerlingen uit te voeren modelleerproces. Je zult dan bijvoorbeeld het doel van een te ontwikkelen model in voor leerlingen zinvolle termen moeten formuleren. Zo kun je bijvoorbeeld wel vragen om manieren te bedenken om het verloop van bewegingen zo goed mogelijk te beschrijven, omdat ze dat als object van onderzoek (enigszins) kunnen kennen en waarderen, maar niet om een manier te bedenken om het macroscopisch gedrag van materie dieper te gaan verklaren (met behulp van een deeltjesmodel, zie verder), omdat dit laatste hun dan nog niets zinvols kán zeggen. En pas wanneer leerlingen veel ervaringen hebben met modelleren, mag je hopen dat de hierboven geformuleerde kenmerken ook voor hen enige relevantie kunnen gaan krijgen.

In exploratief modelleren daarentegen, als andere vorm van voor leerlingen theorie-genererend modelleren, worden leerlingen niet geacht hun eigen ideeën, maar een gegeven model te ontdekken en te testen. Maar ook dan is een belangrijk deel van het onderwijsprobleem hoe dit gegeven model op een productieve manier te verbinden met de eigen ideeën van leerlingen. Of, met andere woorden, leiden we de leerlingen naar het model, of het model naar de leerlingen?

De theorie-genererende en theorie-toepassende vormen van modelleren zijn, voor zover dit een bruikbaar onderscheid is, uiteraard niet met elkaar in tegenspraak maar complementair. Beide dienen een rol te spelen in een curriculum dat nastreeft om natuurkunde te onderwijzen door middel van modelleren. Voor het ontwerpen van zo'n curriculum zou het mijns inziens ook nuttig zijn om nog een ander onderscheid te maken, namelijk tussen vier 'wijzen van modelleren', die in zekere zin op elkaar voortbouwen. En voor zover dat laatste van toepassing is, zou je misschien zelfs over vier modelleerniveaus kunnen spreken. In een curriculum dient modelleren te beginnen met wat leerlingen al kunnen aan het begin, dat is op common sense niveau. Leerlingen beheersen normaal gesproken al vele relevante redeneervaardigheden. Binnen een voor hen bekende context en gegeven een voor hen relevant praktisch doel, zijn zij over het algemeen in staat om die context adequaat te reduceren en te beredeneren, om relevante representaties te maken, om relevante verwachtingen te formuleren en te testen en om relevante conclusies te trekken. Het is juist dit common sense modelleerniveau (niveau 1) dat we kunnen en moeten gebruiken om in ons onderwijs meer wetenschappelijke manieren van modelleren te ontwikkelen. Een eerste vorm daarvan is het ontwikkelen van beschrijvende modellen (niveau 2), waarin de common sense begrippen, gegeven een doel dat daarom

vraagt, worden aangescherpt, bijgesteld en aangevuld voor een meer wetenschappelijke beschrijving van ervaringen. Een volgende stap wordt gezet wanneer we zoeken naar modellen die een causale verklaring geven (niveau 3) van de beschreven processen in termen van een onderliggend mechanisme. Dit vraagt in het algemeen immers om een grotere creatieve sprong, die geïnduceerd wordt door het problematiseren van de eerder gevonden beschrijvingen. Deze causale mechanismen leiden in principe ook tot verklaringen, c.q. voorspellingen, van dynamische processen, ook al kunnen deze meestal niet analytisch worden uitgewerkt. Tegenwoordig kunnen deze, soms zelfs zeer complexe, dynamische modellen echter wel numeriek (niveau 4) worden doorgerekend.

Een en ander betekent dat voor leerlingen 'leren modelleren' neerkomt op zoiets als: het leren inzetten en uitbreiden van common sense modelleervaardigheden bij het beschrijven en/of verklaren van situaties met behulp van (voor hen) nieuwe wetenschappelijke conceptuele modellen, en nieuwe modelleerstrategieën en technieken. Zo'n leerdoel kan uiteraard niet in één keer bereikt worden, maar vraagt voortdurend terugkerende aandacht tijdens een lange termijn leertraject. Dit traject kan ik hier niet in detail beschrijven. Ik beperk me tot het beschrijven van voorbeelden van de drie genoemde wetenschappelijke manieren van modelleren, die gezien kunnen worden als drie stations langs eenzelfde route. Ofwel, in het volgende beschrijf ik voorbeelden van respectievelijk descriptief, causaal en dynamisch modelleren.

### **Descriptief modelleren**

De eerste stap op de weg naar het leren maken van wetenschappelijke representaties van situaties is om de objecten die er deel van uitmaken, alsmede hun eigenschappen en gedrag, op een geschikte manier te leren beschrijven met behulp van wetenschappelijke symbolen, wiskundige relaties en grafieken. Wat in dit geval onder 'geschikte manier' moet worden verstaan hangt af van het doel van de te maken beschrijving. Zo heeft Doorman (2005) onderzoek gedaan, in het kader van een aantal wiskundelessen, naar het symboliseren en modelleren van beweging door leerlingen, als introductie tot de beginnende van de infinitesimaalrekening. Daarvoor koos hij voor een expressieve benadering, in overeenstemming met Freudenthals idee van 'guided reinvention'. In het ontwerpen van expressieve onderwijsactiviteiten is het een kernprobleem om de juiste subtiele balans te vinden tussen het geven van voldoende richtinggevende leiding en het laten van voldoende constructievrijheid. Als die vrijheid te groot is kan dat leiden tot een voor de docent niet meer productief hanteerbare diversiteit aan leerlingbijdragen. En als de leiding te strak is betekent het dat leerlingen niet meer hun gezichtspunten naar voren brengen, maar vooral proberen te raden wat de docent of het leerboek zou kunnen bedoelen. Ofwel, dan gaat de didactische strategie van expressief modelleren als vanzelf over in het door voorstanders van expressief modelleren veelal juist niet gewenste exploratief modelleren. In Doormans ontwerp moesten de leerlingen, geleid door de onderwijsactiviteiten en de docent, zoveel mogelijk de beoogde kinematica en bijbehorende grafieken heruitvinden, voort-

bouwend op hun common sense kennis en vaardigheden dienaangaande. De vereiste modellen werden dus niet direct in hun eindvorm onderwezen, maar ontwikkelden zich geleidelijk tijdens het onderwijsleerproces.

Zijn onderwijstraject begon met een discussie van enkele weersatellietfoto's, vergelijkbaar met stroboscopische foto's, onder andere van een orkaan die de kust van het vasteland bedreigt. De vraag wanneer deze orkaan de kust zal kunnen bereiken, als een voorbeeld van een gewenst kunnen voorspellen van veranderingen (door extrapolatie), was bedoeld om bij leerlingen een behoefte op te roepen aan wiskundige instrumenten om dat preciezer te kunnen beschrijven. Deze instrumenten, tezamen met meer kennis over snelheid en verplaatsingen, werden vervolgens geleidelijk ontwikkeld. De leerlingen zochten naar patronen en regelmatigheden in een aantal bewegingssituaties, en naar geschikte manieren om die weer te geven. Ik zal me hier beperken tot het weergeven van de belangrijkste stappen in Doormans onderwijstraject voor wat betreft de gekoppelde ontwikkeling van symbolen, representaties en begrippen.

1. Stroboscopische weergave van bewegingsverschijnselen.
2. Stippenkaart van opeenvolgende locaties.
3. Verplaatsingen in tabellen en discrete grafieken ( $\Delta s$  en  $s$ ).
4. Discrete grafieken van gemiddelde snelheden ( $\Delta s / \Delta t$ ) in intervallen.
5. Benadering van discrete grafieken voor eenparig toenemende snelheid.
6. Continue grafieken van de afgelegde afstand en variabele snelheid.
7. Helling met lineaire uitbreiding voor het vinden van de momentane snelheid.
8. Overgang naar de wiskunde (functies en differentiëren).

Doorman interpreteert de opeenvolgende wijzen van beschrijving als een serie opeenvolgende intermediaire modellen. Een nieuw model wordt eerst ontwikkeld als een model *van* een situatie, om vervolgens zelf weer als object te fungeren *voor* een volgend conceptueel model<sup>5</sup>. Uitgaande van een duidelijk praktisch doel start het redeneren van leerlingen vanuit concrete ervaring en blijft daarin ook geworteld gedurende het proces van betekenisgeving en instrumentconstructie. Deze aanpak slaagde er redelijk in om een aantal gebruikelijke leerproblemen met de interpretatie van grafieken te voorkomen<sup>6</sup>. En uit het feit dat uit de gesprekken van leerlingen niet was op te maken of ze wel of niet eerder regulier kinematica-onderwijs hadden gekregen, kan geconcludeerd worden dat zo'n geleidelijke modelleeraanpak iets belangrijks kan toevoegen wat betreft inzicht.

Echter, alhoewel de aanpak gericht was op het implementeren van expressief modelleren, wat had moeten leiden tot een productieve variëteit aan leerlingbijdragen om op voort te bouwen, bleek deze variëteit te beperkt. Dit reflecteert de hierboven genoemde spanning tussen constructievrijheid en leiding van docent en leerboek. Het betekent mijns inziens dat het toch heel moeilijk is om expressief modelleren in zijn zuivere vorm uit te werken voor een langer durende leeractiviteit. Ook bleek het voor docenten heel moeilijk om de bedoelde 'story line', waarin de noodzaak voor steeds preciezere voorspelling

vraagt om steeds preciezere wiskundige instrumenten, goed naar voren te brengen. Dankzij het praktische inhoudelijke doel bleven de geconstrueerde modellen dusdanig geworteld in ervaring dat zich geen noodzaak voordeed om, op meta-niveau, te reflecteren op de aard van deze modellen of het modelleren. Wanneer we deze aanpak echter plaatsen binnen ons modelleercurriculum lijkt zo'n reflectie wel een waardevolle bijdrage te kunnen leveren. We kunnen in het geschetste onderwijstraject vier belangrijke overgangen aanwijzen.

1. Het traject start met een letterlijke interpretatie van een model als een vereenvoudigde schematische weergave van de fysieke werkelijkheid (bewerkte foto's, stippenkaart).
2. Daarna vindt een overgang plaats naar een heel andere interpretatie van het modelbegrip, namelijk in de vorm van een beschrijvend conceptueel model, bestaande uit variabelen en verbanden daartussen en weergegeven in de vorm van discrete tabellen en grafieken.
3. Overgang van discrete naar continue variabelen, introductie van de tijd als onafhankelijke variabele en wiskundige relaties.
4. Overgang van modellen als beschrijving van de fysische werkelijkheid naar van die werkelijkheid onafhankelijke wiskundige theorie.

Deze overgangen zijn van algemenere waarde en het zou daarom, vanuit het doel van het leren over modellen en modelleren, de moeite waard geweest zijn om deze explicieter te bespreken. Daarbij zouden we dit ontwerp ook kunnen uitbreiden met een eerste behandeling van numerieke modellen, zoals hieronder gedemonstreerd.

Inhoud model	Vorm model
de beweging/baan van een object	kaart met opeenvolgende locaties, eventueel gereduceerd tot een stippenkaart
verplaatsingen/snelheid $\Delta s$ en $s = \Sigma \Delta s$ $\Delta v$ en $v = \Sigma \Delta v$	discrete grafiek tabel en staafdiagram
bijzondere gevallen eenparig; eenparig versneld $s(t) = vt; v(t) = at$	beschrijfbaar met continue grafieken en analytische relaties
algemeen $s(t)$ en $v(t)$ $s(t) = \Sigma \Delta v \Delta t$ $v(t) = \Sigma \Delta a \Delta t$	beschrijfbaar met continue grafieken, en numerieke benaderingen/relaties



Deze uitlijning maakt explicieter dat we te maken hebben met idealiseringen van bewegingssituaties, waaraan wat Hestenes een 'material analogy' noemt, ten grondslag ligt. 'An important case that often goes unnoticed, because it is so subtle and commonplace, is *material equivalence* of two material objects or systems, whereby they are judged to be *the same or identical*. I call this an *inductive analogy*, because it amounts to matching the objects to the same model.' Het eerste model waarmee deze analogie wordt vormgegeven is een kaart. 'The prototypical kind of model is a map. (...) Maps can be extended to represent motion of an object by a path on the map. I call such a model a *motion map*. Motion maps should not be confused with *graphs* of motion, though this point is seldom made in physics and math courses.' Aldus Hestenes (2007), waarmee hij precies een probleem weergeeft waar het Doorman om te doen was. We komen tenslotte tot theoretische relaties voor het beschrijven van sterk geïdealiseerde bewegingen, maar met behulp van numerieke benaderingen kunnen we weer dichterbij de realiteit komen. Ik denk dat een behandeling van kinematica die deze modellen en reflecties zou toevoegen, een basis ten aanzien van modellen en modelleren zou leggen, waaraan op vele plaatsen en manieren kan worden voortgebouwd.

### Causaal modelleren

In het voorgaande ging het om beschrijvende modellen. Daarbij hebben we even voor lief genomen dat een 'echte' voorspelling daarmee nog niet mogelijk is. Daarvoor moeten we immers zoeken naar oorzaken achter de verschijnselen, en dat maakt het opstellen van causale verklarende modellen theoretischer en een stuk moeilijker. Een modellerende introductie van de dynamica is bijvoorbeeld beschreven in Schwarz & White (2005), maar ook door vele anderen. Ik wil me daarom baseren op de introductie van een aanvankelijk deeltjesmodel, zoals bestudeerd door Vollebregt (1998), die dit vormgaf vanuit een probleemstellende aanpak (Lijnse, 2002; Lijnse & Klaassen, 2004; Lijnse, 2005).

De daaruit resulterende didactische structuur kan, in een door mij aan het huidige onderwerp aangepaste vorm, worden weergegeven in drie kolommen (figuur 1)<sup>7</sup>: *Models of nature*, *Nature of models* en *Motives*. Deze structuur geeft twee gekoppelde onderwijsleerprocessen weer, waarin leerlingen geacht worden zowel een bepaald deeltjesmodel (a particular model of nature) te leren, als de aard van dat model (nature of models), zodanig dat beide leerprocessen functioneel gekoppeld en geïntegreerd zijn. Dat wil zeggen dat beide leerprocessen met elkaar verweven zijn en elkaar aandrijven door middel van emergente motieven, die op een natuurlijke wijze kunnen worden opgeroepen. De structuur geeft aan hoe de ontworpen 'story line' zich idealiter zou kunnen ontplooiën. Het onderwijsleerproces moet dus grotendeels ervaren kunnen worden als een *coherente* samenhangende activiteit, met een duidelijke richting en doel, en niet zoals te vaak het geval is, als een serie onsamenhangende activiteiten.

De uiteindelijke structuur laat een aantal interessante punten zien die, mijns inziens, van algemener belang zijn. Ten eerste is het voor het modelleerproces van de leerlingen

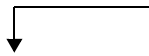
van cruciaal belang om ruime aandacht te geven aan een oriëntatieperiode, waaruit het doel van de lessenserie duidelijk naar voren moet komen als een zogenaamd 'globaal motief'. In dit geval houdt dit doel, de verklaring van macroscopisch gedrag van materie, de noodzaak in van de ontwikkeling van een 'theoretische instelling', dat wil zeggen de intentie en bereidheid om de (macroscopische) regels der natuur op een dieper niveau te willen begrijpen. In het oproepen van zo'n theoretische instelling speelt de docent een essentiële rol. Als 'advance organisier' kan daarvoor gebruik gemaakt worden van het common sense idee dat we dikwijls het gevoel hebben de werking van iets (een machine, het menselijk lichaam) pas echt te begrijpen als we weten hoe de werking van het geheel resulteert uit het functioneren van zijn onderdelen, waarbij de onderdelen van geheel andere aard zijn dan het geheel. Dat geeft, in analogie, dus richting aan wat we onder dieper begrijpen zullen gaan verstaan en motiveert dat we daarvoor zullen gaan zoeken naar 'onderdelen der materie'. Het globaal motief wordt vervolgens toegespitst op de verklaring van het gedrag van gassen en de gaswetten, waarmee een specifieke kennisbehoefte is geformuleerd (als een eerste lokaal motief).

Een tweede belangrijk punt betreft de introductie van een productieve *kiem* voor de ontwikkeling van het gewenste deeltjesmodel (stel je voor dat een gas zich net zo gedraagt als een grote hoeveelheid van kleine botsende balletjes). Dit betekent dat hier niet de keus is gemaakt voor expressief modelleren, dat wil zeggen om leerlingen hun eigen deeltjesmodel te laten ontwerpen, maar om te kiezen voor de exploratie en verdere ontwikkeling van een door de docent geïntroduceerde analogie als eerste modelaanzet. Uit de literatuur weten we namelijk dat anderen (CLISP, 1987) een meer expressieve weg gevolgd hebben. Zij vroegen leerlingen wel om zelf een deeltjesmodel te ontwerpen. Dit resulteerde er, achteraf gezien uiteraard, in dat bijna alle leerlingen startten met deeltjes als 'kleine brokjes', dat wil zeggen kleine stukjes materie die nog alle macroscopische eigenschappen hebben<sup>8</sup>. Dit betekende echter dat ergens in het onderwijsleerproces de docenten de leerlingen, zonder duidelijke reden, moesten vertellen dat hún model niet goed was en dat wetenschappers een heel ander model gebruiken, dat vervolgens ook geïntroduceerd werd.

In plaats daarvan koos Vollebregt ervoor om, door middel van een analogie, leerlingen vanaf het begin direct op het in principe goede spoor te zetten. En om hen vervolgens dat spoor en de consequenties ervan te laten exploreren, om er al doende geleidelijk meer vertrouwen in te krijgen. Eerst door macroscopische variabelen als volume en druk te verbinden met microscopische variabelen als de ruimte voor de balletjes om in te bewegen en hun onderlinge botsingen. En vervolgens door ruime aandacht te besteden aan de koppeling van temperatuur aan de snelheid van de balletjes. En alhoewel leerlingen voortdurend uitgedaagd werden om hun ideeën in te brengen en te bediscussiëren, gebeurde dat nu binnen de grenzen van een exploratief traject. Leerlingen werden dus niet zozeer uitgenodigd om hun ideeën over de wereld naar voren te brengen, als wel om dat te doen over en te redeneren met de door de docent geïntroduceerde suggesties en voorstellen, zoals hierboven al gezegd.

**Models of Nature**

Global orientation on something like 'structure of matter'



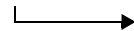
that starts by narrowing the field down to macro knowledge of gases



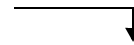
and the introduction of an initial kinetic model, that it is initially plausible, because it is intelligible and seems fruitful



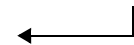
involving students in a disciplined modelling process, that leads to a further development of the model with an increased plausibility



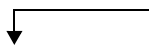
but also to questions about its fruitfulness



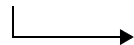
that are answered by reflection on the properties and existence of particles and on particle explanations



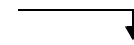
from which a suspicion about a fruitful 'research programme' should result



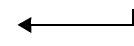
that is explored by a further development of the gasmodel and its applications to the behaviour of liquids and solids as well



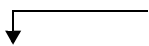
leading to a point of closure at which we may ask 'what have we done?'



that is answered by reflection on the process of modeling in relation to 'how scientists work'

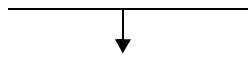


resulting in an outlook on subsequent modeling



that leads to a final outlook on the structure of matter

**Motives**



should result in a feeling that this could be an interesting field of study, asking for a theoretical orientation

**Nature of Models**

as a topic of scientific interest and progress, in terms of deeper understanding (part-whole)

Figuur 1

Het beginnen met een 'net-zoals-botsende-balletjes' analogie had nog een ander productief gevolg. Aanvankelijk accepteerden de leerlingen de uitdaging om te proberen hiermee het gedrag van gassen te verklaren. Maar na een aantal lessen leidde dit begrijpelijkerwijs tot de vraag: wat is eigenlijk het nut van al dit denken en redeneren als deze analogie nergens op slaat? Als een gas eigenlijk helemaal niet bestaat uit kleine balletjes?<sup>9</sup> Daarmee werd een duidelijk motief gegeven om te bespreken wat het precies betekent om te gaan geloven in de realiteit van een model. Dat houdt in dat het model niet alleen eenvoudig is, maar ook consistent en vruchtbaar in het kunnen accommoderen van steeds meer empirische gegevens, en daarnaast dat de kern van een verklaring met een deeltjesmodel inhoudt dat we proberen om macroscopische *veranderingen* te verklaren door middel van *beweging* van *onveranderlijke* kleine balletjes. Daaruit vloeiden weer vragen als: als een gas werkelijk uit deeltjes bestaat, moeten we daar toch ook iets van kunnen zien? En hoe kunnen die deeltjes dan steeds in beweging blijven? Vragen die weer leidden tot verdere exploratie en uitbreiding van het model.

In feite wordt zo de behoefte aan 'metamodelling knowledge' functioneel geïntegreerd in het onderwijsleerproces, en niet als iets extra's toegevoegd aan het eind zoals bij Schwarz & White (2005). Dankzij een zorgvuldig uitgelijnde lessenserie, bleken docent en leerlingen tezamen niet alleen een heel eind te kunnen komen in het ontwikkelen en testen van een aanvankelijk deeltjesmodel, maar ook in het reflecteren op de aard van dat model. De lessen werden tenslotte afgerond met reflectie op de vraag of het bereikte eindmodel nu ook een antwoord gaf op het globale motief, dat wil zeggen het verklaren van materie op een dieper niveau. Om de waarde van het bereikte resultaat te benadrukken werd duidelijk gemaakt dat dit eindmodel min of meer gelijk was aan dat voorgesteld door Clausius in 1857. Clausius veronderstelde echter ook dat sommige van zijn deeltjes uit clusters van andere deeltjes zouden moeten bestaan, wat nu correspondeert met het onderscheid tussen atomen en moleculen, waarmee uitzicht wordt geboden op een latere voortzetting van het modelleren van deeltjes.

Voor het leren van een deeltjesmodel leek het ons een goede onderwijsstrategie om leerlingen zelf te laten deelnemen aan een modelleerproces. Toen beschouwden we dat echter meer als een middel, dat wil zeggen als passend binnen een constructivistisch geïnspireerde onderwijsstrategie, en niet zozeer als een doel op zich, namelijk, leren modelleeren. Desondanks werd in de afronding ook gereflecteerd op het modelleerproces. De bedoeling was om leerlingen zich te doen realiseren dat de in deze lessenserie beoefende manier van redeneren, dus van modelontwikkeling, min of meer overeenkomt met hoe wetenschappers dat doen. Achteraf gezien moeten we, denk ik, zeggen dat dit, gegeven onze probleemstellende benadering, een minder geslaagde afsluiting was. Iets wat we toen al wel aanvoelden, zonder echter dat gevoel duidelijk te kunnen benoemen. Bijvoorbeeld omdat leerlingen er niet direct de zin van inzagen. Bij nader inzien denk ik dat het probleem is dat we twee verschillende dingen door elkaar hebben gehaald, namelijk: het

maken van een *product*, een model, en het *proces van het maken* van dat product, modelleren.

Bij het ontwerpen van een model is het redelijk vanzelfsprekend om je af te vragen wat de kwaliteit van dat model is, dus om je af te vragen of, gegeven het doel van het model, de kenmerken adequaat zijn. Doet het wat het verondersteld wordt te doen? Ofwel, in een probleemstellende aanpak kunnen het ontwerpen van een model en de reflectie op de aard van dat model direct functioneel worden gekoppeld. Binnen de gewenste theoretische instelling betekent dit dat een model kan worden ontwikkeld in functionele afwisseling met (in eerste instantie nogal basale) reflecties op epistemologische en ontologische aspecten van het model. Een probleemstellende reflectie op de algemene aard van het modelleerproces vraagt echter om een separaat motief. En dus ook om een separate oriëntatie om te voorkomen dat deze reflectie door leerlingen niet als echt zinvol kan worden ervaren. In bovenstaande didactische structuur is hieraan nog onvoldoende aandacht besteed.

Nu kunt u zich natuurlijk afvragen wat het doel kan zijn van zo'n procesreflectie. Gaat het er alleen om leerlingen meer inzicht te geven in hoe wetenschap werkt? Of gaat het er ook om leerlingen op een explicietere manier te leren modelleren? In deze theoretische context bestaat modelleren grotendeels uit het opstellen van creatieve adequate conceptuele hypothesen en het testen daarvan door middel van gedisciplineerd kritisch logisch redeneren in het licht van de beschikbare empirische evidentie. Het lijkt vruchtbaar om leerlingen zich van deze aard bewust te maken, wat zou kunnen bijdragen aan het ontwikkelen van een kritische 'wetenschappelijke houding', maar het is twijfelachtig of dit ook kan leiden tot iets wat je het leren van nieuwe overdraagbare modelleervaardigheden zou kunnen noemen.

We zouden dus kunnen concluderen dat in theorie-genererend modelleren, of in de context of discovery om het in filosofische termen te zeggen, er geen expliciet onderwijsbare modelleerstrategie mogelijk is, behalve het rekening houden met epistemische waarden. Deze laatste zou je kunnen opvatten als randvoorwaarden voor het modelleerproces. Wanneer aandacht hiervoor op gepaste wijze wordt geïntegreerd in het onderwijsleerproces, spelen zulke waarden een natuurlijke, voor leerlingen welhaast vanzelfsprekende rol. Dit kwam ook naar voren in het onderzoek van Westra (2006), waarin leerlingen de banen van planeten moesten modelleren, gebruik makend van ofwel Newtons, ofwel Keplers theorie. Zij vonden het nogal vanzelfsprekend om, eenmaal op het juiste spoor gezet, epistemische waarden als plausibiliteit, empirische adequaatheid, consistentie, eenvoud en algemeenheid te gebruiken als criteria om te beslissen tussen zulke rivaliserende theoretische mogelijkheden.

### **Dynamisch modelleren**

Mijn conclusie over het expliciet onderwijzen van modelleren wordt echter anders als we het hebben over theorie-toepassend modelleren, bijvoorbeeld in het geval van dynamisch

modelleren van complexe situaties. Alvorens hier nader op in te gaan, wil ik eerst iets zeggen over de plaats van dynamisch modelleren in ons natuurkundeprogramma. Dynamisch modelleren speelt een rol sinds het DMS-programma van de jaren tachtig, maar het heeft nog steeds niet echt vaste voet gekregen in ons natuurkundeonderwijs. Een belangrijke reden daarvoor zou kunnen zijn dat de reguliere intracurriculaire toepassingen nogal beperkt zijn (wat mechanica, de condensator, warmtetransport en radioactief verval). Met andere woorden, de tijd is eigenlijk geen variabele in ons curriculum, ofwel er is nauwelijks aandacht voor het verloop van processen. Bovendien blijkt uit onze leerboeken dat voor zover dynamisch modelleren aan de orde komt, dit meestal gebeurt door leerlingen het gedrag van een gegeven model te laten onderzoeken, waardoor de modelleeractiviteit zelf buiten het gezichtsveld blijft.

Met het oog op het tegenwoordige belang van computermodelleren in wetenschap en techniek, valt echter overtuigend te beredeneren dat dynamisch modelleren veel meer curriculum aandacht zou moeten krijgen. Een geschikt leerdoel voor zo'n curriculumlijn zou kunnen zijn om leerlingen enig inzicht te geven in de manier waarop grootschalige computertoepassingen worden ontworpen en er in slagen om zaken te voorspellen. Om een idee te krijgen van de haalbaarheid van zo'n doel hebben Ormel en Savelsbergh (Ormel, 2009) een extracurriculaire lessenserie ontworpen, met als thema het voorspellen van de toekomstige temperatuur hier op aarde, in het licht van de onzekerheid over het opwarmen van onze planeet en de klimaatveranderingen die daarvan het gevolg kunnen zijn. Hun doel is om leerlingen een idee te geven van hoe klimaatwetenschappers zo'n belangrijk praktisch probleem aanpakken en waarom er zoveel diversiteit voorkomt in hun voorspellingen, en dat zelfs ondanks het gebruik van 'exacte' computers. De in figuur 2 weergegeven probleemstellende 'story line', overgenomen uit Lijnse (2007), is geïnspireerd op hun aanpak.

Opnieuw is er een aantal behartenswaardige zaken aan de orde, die van algemenere aard zijn. Allereerst wil ik benadrukken dat het hier, idealiter, gaat om een theorie-toepassend modelleerproces met een praktisch doel. Alhoewel veel details van de probleemsituatie onbekend zijn voor de leerlingen, zijn de theoretische kernconcepten die moeten worden gebruikt dat niet. En als additionele gesitueerde theoretische kennis nodig is voor het modelleerproces, dan wordt deze eerst op directe wijze aangereikt en bestudeerd, om vervolgens te kunnen worden gebruikt in het modelleren van de relevante probleemsituaties.

Een tweede opmerking is dat ook in deze didactische structuur sprake is van functionele integratie van twee leerprocessen, een inhoudelijk leerproces over modellen voor mechanismen die belangrijk zijn voor het temperatuurverloop op aarde, en een reflectief leerproces gericht op kenmerken van numerieke modellen.

Het doel van dit modelleerproces is, zoals gezegd, de oplossing van een praktisch probleem (het voorspellen van de toekomstige temperatuur op aarde) wat een methodologische nadruk op betrouwbaarheid en validiteit verklaart<sup>10</sup>. In welke mate wordt het gestelde

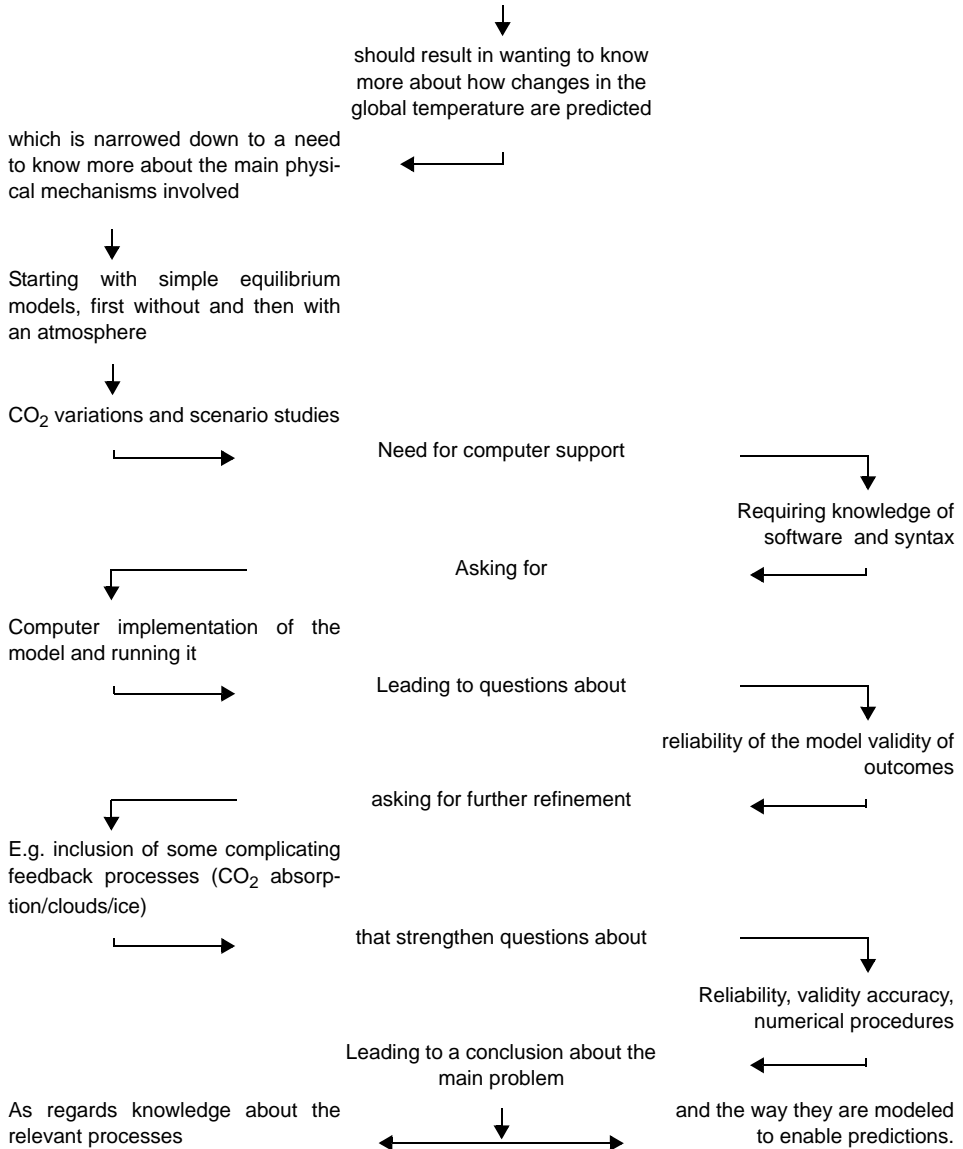
probleem valide en betrouwbaar opgelost? Ofwel, het benodigde modelleerproces vertoont veel gelijkenis met wat Hestenes bedoelde met modelleren als een specifieke probleemoplosstrategie.

Het gestelde modelleerprobleem bleek in principe inhoudelijk haalbaar voor de leerlingen, alhoewel zich ook vele onvermoede praktische problemen voordeden. Meer dan reguliere curriculumonderwerpen, heeft dit complexe extracurriculaire onderwerp een sterke 'schoenveterstructuur'. Leerlingen moeten beginnen met een reductie van de werkelijkheid tot een eerste sterk vereenvoudigd fysisch model, maar missen de daarvoor benodigde ervaring en situationele kennis. In feite zijn de eerste modellen nu precies bedoeld om hen van die kennis te voorzien en hen daarmee op het goede spoor te zetten. De rol van de docenten was daarom in eerste instantie vooral ook bedoeld om aan leerlingen voor te doen en met hen te bespreken hoe je zo'n eerste model opstelt, en waarom dat een verstandige aanpak is (master-apprenticeship). Dit bleek echter een groot didactisch probleem voor de docenten, zodat met name de invulling van het thema 'leren modelleren' voor leerlingen niet of in ieder geval onvoldoende uit de verf kwam<sup>11</sup>. Hierbij kwam te veel nadruk te liggen op de inhoud van de feitelijke modellen en te weinig op het hoe en waarom daarvan, ofwel op het modelleren. Dit brengt mij tot de overtuiging dat het om het thema 'leren modelleren' in dit verband echt vorm te geven, nodig is om deze procedure voor dit type toepassingsproblemen nader uit te werken en op de een of andere manier expliciet te onderwijzen. Hierdoor mag ook enige transfer van een geleerde modelleerprocedure naar andere te modelleren problemen verwacht worden. Daarmee sluit ik dus ook wat dit betreft aan bij de opvatting van Hestenes. Mijn opvatting wordt ook ondersteund door de analogie met het werk van Kortland (2001), die tot de conclusie kwam dat het voor het onderwijzen van besluitvorming ten aanzien van 'social-scientific issues', gewenst was om leerlingen, in reflectie op hun eigen besluitvormingservaringen tot dan toe, een procedure te laten expliciteren die zou kunnen gaan functioneren als metacognitief instrument bij het handelen in volgende besluitvormingssituaties.

Dat roept de vraag op hoe zo'n modelleerprocedure dan het best geformuleerd en onderwezen kan worden? Mijn inschatting is dat dit het best gedaan kan worden als een systeem van heuristische regels, die enerzijds zo specifiek mogelijk moeten zijn en anderzijds toch breder toepasbaar. Onderzoek naar het onderwijzen van probleemoplosvaardigheden heeft echter laten zien dat het direct onderwijzen van algemenere probleemoplosheuristiek weinig succesvol is. Betere resultaten zijn te verwachten als de heuristiek het resultaat is van reflectie van leerlingen op hun eigen modelleergedrag. Zo'n systeem geeft dan structuur aan het te expliciteren inzicht hoe computermodelleren 'werkt', en daarmee zou het de mogelijkheid kunnen vergroten dat leerlingen een volgend probleem op een meer gestructureerde manier aanpakken. Alhoewel het natuurlijk altijd zo is dat de werkelijke inhoudsgebonden creatieve stappen in een modelleerproces nooit afgedwongen kunnen worden, en dat het actuele proces altijd sterk ingebed is en gestuurd wordt door de actuele inhoud van wat aan de orde is, kan een systeem van heu-

**Models of temperature change                      Motives                      Nature of such models**

Orientation on the global warming problem, on different opinions of climate scientists about it, and on the fact that computers play somehow a role in those predictions.

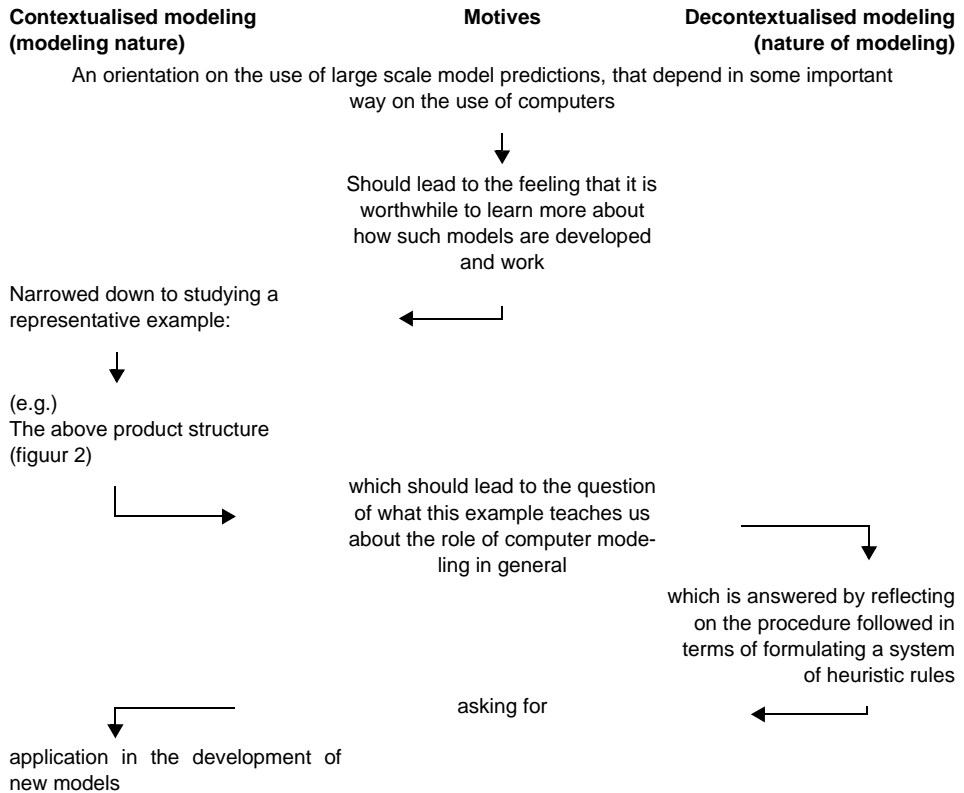


Figuur 2



ristische regels wel degelijk helpen om een moeizaam of zelfs vastgelopen modelleerproces reflectief te structureren en te repareren.

Een didactische structuur die tot doel heeft om zo'n modelleerheuristiek te expliciteren zou moeten starten met een oriëntatie waarin niet het te modelleren conceptuele probleem, maar de modelleerprocedure als zodanig als leerdoel geproblematiseerd wordt (zie figuur 3).



Figuur 3

En daarmee wordt het voor leerlingen ook relevant om te komen tot het formuleren van zo'n procedure. Waar zou zo'n heuristisch instrument uit kunnen bestaan? Natuurlijk kan dit op verschillende detailniveaus geformuleerd worden<sup>12</sup>, maar om een algemeen idee te geven kunnen we denken aan de volgende categorieën, waarvan de invulling ten dele ontleend is aan de genoemde modelstructuren van Hestenes.

1. *Oriëntatie*: Oriëntatie op de probleemstelling, is die begrijpelijk en voorstelbaar? Wat zijn bekende en onbekende elementen? Zijn er analoge of verwante eenvoudigere problemen bekend? Welke kennis/theorie/model lijkt nodig voor de oplossing?
2. *Analyse en reductie*: Analyseer en reduceer de probleemsituatie in termen van de benodigde theorieën, dat wil zeggen bepaal het relevante systeem, de (theoretisch gereduceerde) objecten waar het om gaat, de variabelen, bekende en gewenste relaties.  
Analyseer de probleemsituatie ten aanzien van de dynamische karakteristieken, welke invloeden werken er, waarop en wat zijn hun mogelijke effecten?  
Welke lijken de belangrijkste te modelleren oorzaken/effecten, en welke lijken van tweede orde?
3. *Probleemoplossingstraject*: Verdeel het probleem in een aantal opeenvolgende deelproblemen van toenemende complexiteit;
  - a. Start met een reductie tot een simpel, grotendeels *bekend* systeem, c.q. kernmodel, waarvan het kwalitatieve systeemgedrag begrijpelijk is.
  - b. De volgende stappen bestaan uit stapsgewijs complexer maken van het systeem/model door factoren in volgorde van verondersteld belang aan het model toe te voegen, en je steeds af te vragen hoe een toegevoegde factor het systeemgedrag zou kunnen beïnvloeden, in het bijzonder met het oog op terugkoppelingseffecten.
4. *Numerieke modelconstructie*: Construeer en implementeer het eerste kernmodel: construeer de relevante differentievergelijkingen, bepaal een adequate tijdstap, en adequate startwaarden voor de variabelen en modelparameters (dit alles volgens de syntax van het gebruikte modelleerprogramma).
5. *Test en evaluatie*: Test en evalueer het gedrag van het model voor het eerste partiële probleem en vergelijk het met de kwalitatieve verwachtingen. Bepaal zondig de nauwkeurigheid wat betreft onzekerheden in parameterwaarden en numerieke benaderingen.
6. *Fine tuning en uitbreiding*: Optimaliseer het model en breid het uit volgens de geplande toename in complexiteit.
7. *Evaluatie*: Herhaal deze cyclus totdat het uiteindelijke model een bevredigend antwoord geeft op het hoofdprobleem.

Tot nu toe hebben we geen ervaring met de vraag of de ontwikkeling en implementatie van zo'n heuristiek voor (numeriek) modelleren haalbaar is en of deze inderdaad procedurele transfer kan bevorderen. Dat wil zeggen of er op die manier dus inderdaad sprake kan zijn van een explicietere manier van 'leren modelleren', dan er alleen een aantal keren ervaring mee opdoen. Zoals gezegd zou de heuristiek de uitkomst moeten zijn van door de docent geleide gezamenlijke reflecties op feitelijke modelleervervingen van leerlingen, zodat deze herkend en erkend wordt als een gestructureerde weergave van de procedurele stappen die leerlingen zelf, zij het samen met de docent, in een succesvol

modelleerproces hebben genomen. Maar nog beter zou het uiteraard zijn, als dit alles zou zijn ingebed in een langdurige curriculumleerlijn voor leren modelleren.

### **Afronding**

In het voorgaande heb ik het onderwijzen van en over drie modellen gebruikt als model voor het reflecteren over onderwijzen van en over modelleren. Dat is een te geringe ervaringsbasis om vergaande conclusies te kunnen trekken. Toch wil ik hier een poging toe doen in het licht van mijn eerdere pleidooi voor een curriculumperspectief op modelleren, waarbij ik onderscheid heb gemaakt tussen expressief en exploratief modelleren; theorie-genererend en theorie-toepassend modelleren, en tussen common sense, beschrijvend, causaal en numeriek modelleren. In een goed ontworpen modelleercurriculum hebben al deze vormen een geëigende plaats en functie. Zo kan er, wanneer het onderwerp toelaat, sprake zijn van expressief modelleren, maar veelal zal er eerder sprake zijn van meer of minder expressieve ruimte binnen een exploratief traject, waarbij met toenemende inhoudelijke complexiteit een steeds grotere rol zal zijn weggelegd voor de docent. Theorie-genererend modelleren is in feite niets anders dan een bepaalde wijze van 'nieuwe theorie behandelen', en komt dus voortdurend aan de orde. Deze bepaalde wijze houdt steeds in dat er ruime aandacht is voor de 'mental models' van leerlingen en voor het modelkarakter van nieuwe kennis, waarbij de docent, om dit te benadrukken, hetzij reflectief, hetzij proactief, het modelleren steeds moet laten leven, respectievelijk 'voorleven'. Theorie-toepassend modelleren speelt ook een rol in het hele curriculum. Van het oplossen van relatief eenvoudige 'end-of-chapter' problemen, tot speciaal ontwikkelde complexe modelleeropdrachten, waarin ook regelmatig plaats is voor numerieke problemen. Dit geeft de mogelijkheid om de beschreven modelleerheuristiek, theoriespecifiek, geleidelijk op te bouwen van eenvoudig naar complex, en ook steeds toe te passen, waarbij ook hier de docent zowel de explicitering als de toepassing steeds moet 'voorleven'. Zo kan 'leren modelleren' de rol en betekenis krijgen die het heeft in natuurkundig handelen.

Uit het voorgaande blijkt ook dat het in een goed ontworpen probleemstellend onderwijsleerproces inderdaad mogelijk is om een functionele koppeling aan te brengen tussen het ontwikkelen van een model en de reflectie op de aard van het model. Of preciezer, theorie-genererend modelleren kan geleidelijk leiden tot functionele kennis van de epistemologische randvoorwaarden voor gedisciplineerd wetenschappelijk redeneren, waarbij ook ontologische aspecten op een functionele wijze aan de orde komen. Theorie-toepassend modelleren kan geleidelijk leiden tot de ontwikkeling en functionele implementatie van een systeem van modelleerheuristieken, waarin juist de methodologische reflectie een plaats heeft. Maar voor het bereiken van deze functionele koppelingen en opbrengsten lijkt het van doorslaggevend belang om de leerprocessen van leerlingen steeds te laten voortvloeien uit heldere en adequate daarop gerichte doelen. Dat is eenvoudiger gezegd dan gedaan, omdat het uitgaan van en vasthouden aan zulke doelen en motieven als een rode draad voor het leren van leerlingen voor docenten niet eenvoudig is. Het

vraagt om een grote verandering in hun didactisch repertoire, omdat ze in het algemeen niet gewend zijn om zowel op een inhoudelijk-didactisch als reflectief meta-didactisch (Lijnse, 2005) niveau tegelijk te werken, ofwel ze zijn niet gewend om veel aandacht te besteden aan de noodzakelijke procedurele en inhoudelijke reflectie-activiteiten. Het bereiken van 'leren modelleren' als onderwijsdoel hangt daar echter op doorslaggevende wijze van af!

### Noten

1. p.l.lynse@uu.nl
2. Hestenes onderscheidt vijf 'types of structure': systemic structure, geometric structure, object structure, interaction structure en temporal structure.
3. Zo vormen de wetten van Newton zo'n systeem van algemene 'principes'. Met behulp daarvan kun je dus een mechanicamodel maken van een concrete situatie van bewegende objecten.  
Of, om een ander voorbeeld te geven, hiermee kun je een onderscheid maken tussen de theorie van Bohr en een Bohr-model van een atoom. Twee zaken die gewoonlijk niet erg consequent onderscheiden worden.
4. Hij onderscheidt daarin vier fasen: description, formulation, ramification en validation, die praktisch samenvallen met de bekende stappen in een probleemoplossingsproces: analyseren, plannen, uitvoeren, controleren. Net als bij probleemoplossen doet zich dus ook bij modelleren de vraag voor in hoeverre we kunnen spreken van een *algemene*, dat wil zeggen inhoudsonafhankelijke, onderwijsbare vaardigheid.
5. We kunnen dit ook beschrijven als een functionele koppeling tussen theorie-toepassing en theorieontwikkeling. Door een bekende theorie toe te passen en over het gebruik daarvan te reflecteren, kom je tot een problematisering die weer vraagt om nieuwe theorievorming.
6. Met name voor wat betreft de 'kaartachtigheid' van grafieken, dat wil zeggen dat leerlingen een grafiek niet interpreteren als een conceptueel model, maar als vereenvoudigde 'kaart' van de situatie.
7. De figuren in dit artikel zijn overgenomen uit Lijnse (2007).
8. We kunnen dit interpreteren als een nieuw voorbeeld van het verwarrende idee dat een model een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid zou moeten zijn. Vanuit de common sense kennis van leerlingen ten aanzien van deeltjes, kan zo'n vereenvoudigde weergave immers niet anders inhouden dan het opdelen van een stuk materie in brokjes. Vanuit hun standpunt is dit ook een zo eenvoudig mogelijke invulling van de opdracht een deeltjesmodel te ontwerpen. Wat zouden ze anders kunnen? In ieder geval niet iets wat lijkt op 'ons' deeltjesmodel dat bij introductie immers alleen maar als vreemd kan overkomen.
9. Dit is dus een voorbeeld van de eerder genoemde problematiek ten aanzien van de beschreven modelkenmerken. Als je nog niets weet over de interne structuur van gas-

sen, kun je ook niets zeggen over de vraag of en in hoeverre 'balletjes' een vereenvoudigde voorstelling zijn van die structuur. Je kunt alleen zeggen dat je die structuur, als werkhypothese, zo voorstelt en vervolgens nagaan of dat op een of andere manier zinvol blijkt, dat wil zeggen aan je doel voldoet.

10. Epistemologische en ontologische vragen staan nu niet meer ter discussie. Het gaat nu immers niet meer om het genereren van kennis, maar om het toepassen.
11. Opnieuw deed zich het probleem voor dat de definitie van model als vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid, in eerste instantie vooral problemen oproept. Het leidde tot een vereenvoudigde tekening (als 'kaart') van de situatie van het systeem aarde en zon, waaraan te lang werd vastgehouden, en waardoor de overgang tot een conceptueel model in termen van energiestromen eerder werd geblokkeerd dan bevorderd.
12. Deze heuristiek kan ook theoriespecifiek geformuleerd worden, bijvoorbeeld voor mechanicaproblemen, of voor thermodynamische problemen, etc. Dit kan omdat het hier gaat om toepassingsproblemen, waarvoor de benodigde theorie in principe bekend is.

### **Samenvatting**

In dit artikel wordt ingegaan op de vraag hoe in een natuurkundecurriculum aandacht besteed kan worden aan verschillende soorten modellen en diverse wijzen van modelleren. En òf en hoe je 'leren modelleren' ook op een of andere manier, als algemene vaardigheid, expliciet kunt onderwijzen. Na een korte beschouwing over modellen en modelleren, wordt beschreven hoe in een drietal onderzoeken aandacht besteed wordt aan descriptief, causaal en dynamisch modelleren.

### **English summary**

This paper deals with the question of how a physics curriculum can pay attention to different models and different ways of modelling, as well as considering whether and how 'learning to model' can be explicitly taught as a general skill. After a brief introduction about models and modelling, three research studies are described, respectively dealing with descriptive, causal and dynamic modelling.

### **Literatuur**

- Bliss, J. & Ogborn, J. (1989). Tools for exploratory learning. *Journal of Computer Assisted Learning*, 5, 37-50.
- CLISP (1987). *Approaches to teaching the particulate theory of matter*. Leeds: CSSME.
- Clough, M.P. (2006). Learners' Responses to the Demands of Conceptual Change: Considerations for Effective Nature of Science Instruction. *Science & Education*, 15, 463-494.

- Doorman, L.M. (2005). *Modelling motion: from trace graphs to instantaneous change*. Utrecht: CDβ-Press.
- Driel, J. van (1997). Het onderwijzen van modellen binnen ANW. *TDβ*, 14, 177-195.
- Giere, R.N. (1994). The cognitive structure of scientific theories. *Philosophy of Science*, 61, 276-296.
- Grosslight, L., Unger, C., Jay, E. & Smith, C.L. (1991). Understanding models and their use in science: Conceptions of middle and high school students and experts. *Journal of research in Science Teaching*, 28, 799-822.
- Hestenes, D. (1987). Towards a modeling theory of physics instruction. *American Journal of Physics*, 55, 440-454.
- Hestenes, D. (2007). Notes for a modeling theory of Science, Cognition and Instruction. *Proceedings GIREP conference*. Amsterdam: in press.
- Kortland, J. (2001). *A problem posing approach to teaching decision making about the waste issue*. Utrecht: CDβ-Press.
- Lijnse, P.L. (2002). Op weg naar een didactische structuur van de natuurkunde? *TDβ*, 19, 62-92.
- Lijnse, P.L. & Klaassen, C.W.J.M. (2004). Didactical structures as an outcome of research on teaching-learning sequences? *International Journal Science Education*, 26, 537-554, 2004.
- Lijnse, P.L. (2005). Reflections on a problem posing approach. In K.Th. Boersma, M. Goedhart, O. de Jong & H.M.C. Eijkelhof (ed.), *Research and the Quality of Science Education* (pp.15-26). Dordrecht: Springer.
- Lijnse, P.L. (2007). Models of/for teaching modeling. *Proceedings GIREP-conference*. Amsterdam.
- Ormel, B. (2009). Proefschrift, in voorbereiding.
- Schwarz, C.V. & White, B.Y. (2005). Metamodeling Knowledge: Developing Students' Understanding of Scientific Modeling. *Cognition and Instruction*, 23, 165-205.
- Vollebregt, M.J. (1998). *A problem posing approach to teaching an initial particle model*. Utrecht: CDβ-Press.
- Westra, A. (2006). *A new approach to teaching and learning mechanics*. Utrecht: CDβ-Press.
- Westra, R., Savelsbergh, E., Kortland K., Prins, G. & Mooldijk, A. (2002). Leren door zelf modelleren: constructief en uitdagend onderwijs. *NVOX*, 27, 331-335.